Die Bahn des Planeten (279) Thule.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt

von der philosophischen Fakultät

der

Friedrich-Wilhelms-Universität
zu Berlin

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Von

A. Wedemeyer
aus Schlachtensee in Brandenburg

Tag der Promotion: 5. Juni 1908.

Referenten:

Professor Dr. J. Bauschinger.
Professor Dr. L. Struve.

Pierersche Hofbuchdruckerei Stephan Geibel & Co. in Altenburg.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 5

I. Berechnung spezieller Störungen nach den Methoden von v. Oppolzer 6
A. Die Grundgleichungen des Problems 7
B. Entwicklung der Störung des Radiusvektors und der Zeit 7
C. Entwicklung der Störungen in der dritten Koordinate z 11
D. Zusammenstellung der Formeln 12
E. Übergang auf oskulierende Elemente 13
F. Zusammenstellung der Formeln für den Übergang von den Störungen in Polarkoordinaten zu den Elementenstörungen 17
G. Beispiel für den Übergang auf oskulierende Elemente 18
Schlufsbemerkung 19

II. Störungen durch Jupiter und Saturn 20
Elementenstörungen durch Jupiter 21
Elementenstörungen durch Saturn 24
Störungen in den rechtwinkligen Ekliptikalkoordinaten durch Jupiter und Saturn 28
Störungen durch Jupiter und Saturn nach von Oppolzers Methode I und II 30

III. Bahnverbesserung 32
Die Erscheinungen 1888 bis 1894 32
Die Erscheinungen 1897 bis 1906 36
Verbesserung der Normalörter 37
Auswahl der Bahnverbesserungsmethode 37
Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse 38
Schlußverbesserung der Bahn 40
Ephemeriden 42
Verzeichnis der Vergleichsterne 47
Beobachtungen des Planeten (279) Thule 52

Anhang: Hilfstafel zur Auflösung der Keplerschen Gleichung 53
Formel zur Auflösung der Keplerschen Gleichung 55

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548904_0053

Die Bahn des Planeten (279) Thule.

Einleitung.

Kurz nach der Entdeckung des Planeten (279) Thule weist Herr Krüger in den Astronomischen Nachrichten darauf hin, daß die Bahn desselben zur Verbesserung der Jupitermaße benutzt werden könne, da der Planet dem Jupiter sehr nahe kommen werde. Herr Bidschof deutet in seiner Arbeit „Bestimmung der Bahn des Planeten (279) Thule", wiederholt auf diesen Umstand hin, bemerkt aber, daß noch etwa ein Vierteljahrhundert verfließen müsse, ehe man an eine Bestimmung der Jupitermaße mit Aussicht auf Erfolg schreiten könne. Inzwischen hat Herr Newcomb aus der Bahn von (33) Polyhymnia und aus anderen Bestimmungen für die Jupitermaße den Wert 1 : 1047,35 abgeleitet, der von den astronomischen Jahrbüchern angenommen worden ist. In der Arbeit wird eine ganze Reihe früherer Bestimmungen diskutiert. Außerdem wird nachgewiesen, daß unter allen Planeten Polyhymnia in erster Linie und Themis in zweiter Linie zur Verbesserung der Jupitermaße geeignet sind. Die Bahn von Thule kann daher nur noch zur Prüfung des erhaltenen Wertes herangezogen werden. Soll dies geschehen, so muß die Bahnbestimmung aufs sorgfältigste durchgeführt werden, und müssen dabei dieselben Gesichtspunkte maßgebend sein, die Herr Newcomb aufgestellt hat. Der Planet hat seit seiner Entdeckung im Jahre 1888 zwei Umläufe vollendet und wird im nächsten Dezennium die Jupiternähe erreichen. Zweck der vorliegenden Arbeit muß daher sein, aus den bisher beobachteten Erscheinungen möglichst sichere Elemente zur leichten und sicheren Verfolgung des Planetenlaufs abzuleiten. Herr Bidschof hat seine Berechnungen nur bis zur Erscheinung im Jahre 1894 ausgedehnt und dann die Arbeit aufgegeben. Aus den Erscheinungen bis 1894 liegen verhältnismäßig viele Beobachtungen vor, während späterhin nur noch vereinzelte Beobachtungen bekannt geworden sind, was vielleicht auf den Mangel an geeigneten Ephemeriden, worüber Herr Palisa im allgemeinen klagt, zurückzuführen ist. Diesem Mangel wird in Zukunft abgeholfen werden. Herr Bauschinger hat sich gütigst bereit erklärt, die Ephemeriden im Berliner Astronomischen Jahrbuche zu veröffentlichen. Sollten die Ephemeriden aus Raummangel nicht in der von den Beobachtern gewünschten Ausführlichkeit gegeben werden können, so werde ich sie den Beobachtern auf Wunsch handschriftlich zur Verfügung stellen. Damit aber die Arbeit nicht vergeblich gewesen ist, möchte ich um zahlreiche Beobachtungen bitten, damit eine sichere Bildung von Normalörtern gewährleistet wird. Soll eine Prüfung der Jupitermaße späterhin erfolgen, so müssen die Normalörter mindestens auf eine Bogensekunde genau sein, was bei der Lichtschwäche des Planeten (14. bis 15. Größe) nur aus einer großen Anzahl Beobachtungen möglich sein wird. Diese Forderung muß aber aufgestellt werden, da eine Änderung des reziproken Werkes der Jupitermaße um 0,1 den gerechneten Ort des Planeten bei einer Störung von 3^0 in Länge nur um $1''$ verschiebt.

Im folgenden sollen die erhaltenen Resultate mitgeteilt werden. Außerdem möge die Methode Oppolzers zur Berechnung spezieller Störungen, die noch wenig bekannt zu sein scheint, entwickelt werden. Nach dieser Methode habe ich einen Teil der Störungsrechnung ausgeführt.

I. Berechnung spezieller Störungen

nach den Methoden von v. Oppolzer.

Oppolzer hat in einer Abhandlung[1]) „Ermittlung der Störungswerte in den Koordinaten durch die Variation entsprechend gewählter Konstanten“ eine Methode zur Berechnung spezieller Störungen vorgeschlagen, die aus einer Verbindung der Variation der Elemente mit der in Polarkoordinaten besteht und eine Erweiterung der von ihm in seinem Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten (S. 257) entwickelten Methode darstellt. Die im Lehrbuch gegebene Methode berücksichtigt nur die ersten Potenzen der Maße des störenden Planeten, während die neue Methode völlig streng ist. Der Hauptvorteil der Methode besteht darin, daß „niemals die Notwendigkeit eintritt, infolge des Anwachsens der Störungswerte auf oskulierende Elemente überzugehen, wie man dies bei der Methode der Koordinatenstörungen oft zu tun genötigt ist“. Der Übergang von den Koordinaten- zu den Elementenstörungen ist bei den Methoden von Hansen und Encke nur durch langwierige und penible Rechnung zu erreichen. Die Oppolzersche Methode ist von diesem Nachteil frei; man kann jederzeit ohne erhebliche Arbeit und mühsame Rechnung auf oskulierende Elemente übergehen, wie weiter unten gezeigt werden soll. Wie bei der Hansenschen Methode zur Berechnung absoluter Störungen, werden die Variationen der Flächengeschwindigkeiten, der Exzentrizität und der Perihellänge berechnet. Mit diesen Variationen werden die Störungen im Radius vector und in der mittleren Anomalie ermittelt. Bei der Rechnung gelangen nur einfache Integrale zur Verwendung, nur die Variation der mittleren Anomalie muß durch Doppelintegrale ermittelt werden, was auch bei der Methode der Variation der Elemente der Fall ist. Diese Oppolzersche Methode ist von Herrn Kühnert zur Berechnung der Störungen von (153) Hilda[2]) und von Herrn Matthiessen[3]) zur Berechnung der Störungen von (107) Camilla angewandt worden. Herr Neugebauer hat die Grundzüge der Methode wiedergegeben[4]) und danach die Störungen durch Jupiter von (196) Philomela berechnet. Die Störungen des Planeten Hilda werden für den Zeitraum von 22. Oktober 1875 bis 7. April 1886 ausführlich mitgeteilt. Daraus geht hervor, daß die Störungsbeträge verhältnismäßig klein sind, was in der Wahl der variierten Konstanten seine Erklärung findet. Aus der Kleinheit der Störungsbeträge kann man aber nicht auf größere Sicherheit in der Rechnung schließen.

Ein Nachteil der Methode ist, daß „indirekte Glieder“ auftreten, d. h. solche Glieder, zu deren Berechnung genaue Kenntnis der noch unbekannten Integrale notwendig ist. Da diese Glieder aber erst nach langen Zeiträumen merklich werden, so kann man sie nachträglich berechnen oder auch mit Hilfe extrapolierter Werte der Integrale, so daß also direkte Rechnung stets zum Ziele führt. Die Methode läßt sich jedoch so umgestalten, daß die indirekten Glieder fortfallen, was leicht durch andere Entwicklung der Differentialgleichungen zu erreichen ist. Oppolzer bemerkt vor der Entwicklung seiner Methode, „daß die gewonnenen Endformeln ohne Abänderung der Ermittlung der allgemeinen Störungen zugrunde gelegt werden können, man wird nur die auftretende Integrale in veränderter Form zu entwickeln haben“. Die indirekten Glieder würden dabei einige Unbequemlichkeit verursachen. Oppolzer wendet dann seine Methode im „Entwurf einer Mondtheorie“[5]) an und bemerkt: „Da aber Veranlassung war, in einigen Punkten wesentliche Abänderungen Platz greifen zu lassen, so soll, um hier alles Zusammengehörige beieinander vorzufinden, eine kurze, einheitliche Darstellung der diesbezüglichen Untersuchungen vorgeführt werden.“ Diese Bemerkung bezieht sich auf den eben besprochenen Umstand. Nach dieser zweiten Methode, deren Formeln Oppolzer auch an anderer Stelle[2]) mitteilt, haben Oppolzer die Störungen erster Orduung durch Jupiter und Saturn von (237) Cölestina und Bidschof die Störungen von Jupiter und Saturn von (279) Thule[6]) berechnet. Oppolzer gibt daselbst auch ein für eine Epoche durchgeführtes Beispiel. Da

---

[1]) Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 46, 1883.
[2]) Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 93, 1886.
[3]) Inauguraldissertation, Kiel 1896.
[4]) Veröffentlichungen des Königlichen Astronomischen Recheninstituts zu Berlin.
[5]) Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 51, 1886.
[6]) Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. 100, 1891.

die neue Methode wenig bekannt zu sein scheint, so dürfte die im folgenden gegebene Entwicklung derselben, zumal sie gegenüber der älteren sehr kurz und auch wesentlich kürzer als die Oppolzersche Ableitung ist, einiges Interesse beanspruchen. Ich werde damit die Ableitung von Formeln zum Übergang auf oskulierende Elemente verbinden und durch ein Rechenbeispiel die Anwendung erläutern.

A. Die Grundgleichungen des Problems.

Die Differenzialgleichungen des Problems der drei Körper, durch die die gestörte Bewegung eines Planeten um die Sonne charakterisiert wird, sind:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k^2 x}{r^3} &= k^2 \frac{d\Omega}{dx} = k^2 m_1 \left\{ \frac{x_1 - x}{\Delta^3} - \frac{x_1}{r_1^3} \right\} = (X) \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{k^2 y}{r^3} &= k^2 \frac{d\Omega}{dy} = k^2 m_1 \left\{ \frac{y_1 - y}{\Delta^3} - \frac{y_1}{r_1^3} \right\} = (Y) \\ \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{k^2 z}{r^3} &= k^2 \frac{d\Omega}{dz} = k^2 m_1 \left\{ \frac{z_1 - z}{\Delta^3} - \frac{z_1}{r_1^3} \right\} = (Z) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wo die Störungsfunktion Ω bestimmt ist durch

$$\Omega = m_1 \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{x x_1 + y y_1 + z z_1}{r_1^3} \right).$$

Die rechtwinkligen Koordinaten x, y, z und x_1, y_1, z_1 des gestörten Planeten mit der Masse $m = 0$ und des störenden Planeten mit der Masse m_1 beziehen sich auf ein festes Koordinatensystem, das seinen Ursprung im Sonnenmittelpunkte hat. Die gegenseitige Entfernung der beiden Planeten ist gegeben durch

$$\Delta^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = r^2 + r_1^2 - 2 r r_1 \cos (r r_1),$$

worin r und r_1 die Radii vectores des gestörten und des störenden Planeten und $(r r_1)$ den von diesen Radiivectoren eingeschlossenen Winkel bezeichnen.

Über die Richtung der Koordinatenachsen kann nach Belieben verfügt werden. Es soll zunächst die XY-Ebene mit der ungestörten Bahnebene zusammenfallend gedacht werden. Durch diese Wahl wird die auf der Bahnebene senkrechte Koordinate z von der Ordnung der Störungen. Die x-Axe legen wir durch das Perihelium des ungestörten Planeten. Ist nun (r) die Projektion des Radiusvektor auf die XY-Ebene, so ist

$$r^2 = (r)^2 + z^2$$

und

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{(r)^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{z^2}{(r)^2} + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} \frac{z^4}{(r)^4} - \ldots \right).$$

Setzt man:

$$\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{z^2}{(r)^5} \left\{ 1 - \frac{5}{4} \frac{z^2}{(r)^2} + \frac{5 \cdot 7}{4 \cdot 6} \frac{z^4}{(r)^4} - \ldots \right\}$$

und

$$\begin{aligned} X &= (X) + k^2 \varepsilon x \\ Y &= (Y) + k^2 \varepsilon y \\ Z &= (Z) + k^2 \varepsilon z, \end{aligned}$$

so erhalten die Gleichungen (1) die Form:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + k^2 \frac{x}{(r)^3} &= X \\ \frac{d^2y}{dt^2} + k^2 \frac{y}{(r)^3} &= Y \\ \frac{d^2z}{dt^2} + k^2 \frac{z}{(r)^3} &= Z. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

B. Entwicklung der Störung des Radiusvektors und der Zeit.

Diese Differentialgleichungen (2) sind auf Quadraturen zurückzuführen. Die dritte Gleichung davon ist eine Störungsgleichung nach der Wahl des Koordinatensystems. Die beiden anderen Gleichungen beschreiben die Bewegung des Planeten in der ungestörten Bahnebene; sie müssen daher noch so transformiert werden, daß man die Störungswerte gesondert erhält. Zu diesem Zwecke sollen sie den folgenden

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 x_o}{d\zeta^2} + k^2 \frac{x_o}{r_o^3} &= 0 \\ \frac{d^2 y_o}{d\zeta^2} + k^2 \frac{y_o}{r_o^3} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

gegenübergestellt werden, die die Form der ungestörten Bewegung haben und statt der Zeit t die Zeit ζ als unabhängige Variable enthalten. x_o, y_o, r_o sind daher als die Koordinaten zur Zeit ζ zu betrachten. Führt man „Proportionalkoordinaten" ein unter den Relationen:

$$x_o = x\,(1+\gamma); \qquad y_o = y\,(1+\gamma); \qquad r_o = (r)\,(1+\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4),$$

so wird man durch die Gleichungen (3) in Verbindung mit den zwei ersten in (2) ζ und γ als Funktionen von t darstellen können. Aus (4) folgt, daß

$$\frac{x_o}{y_o} = \frac{x}{y}$$

mithin die heliozentrische Winkelbewegung dv_o in den Proportionalkoordinaten gleich ist der tatsächlichen auf die ungestörte Bahnebene projizierten Winkelbewegung $d(v)$. Daher auch:

$$\frac{d(v)}{d\zeta} = \frac{d(v_o)}{d\zeta} \text{ und } \frac{d(v)}{dt} = \frac{d(v_o)}{dt} = \frac{d(v_o)}{d\zeta}\,\frac{d\zeta}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Aus (2) erhält man in bekannter Weise

$$(r)^2 \frac{d(v)}{dt} = k\sqrt{p_o} + \int (x\,Y - y\,X)\,dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

und aus (3)

$$r_o^2 \frac{d(v_o)}{d\zeta} = r_o^2 \frac{d(v)}{d\zeta} = k\sqrt{p_o} = x_o \frac{dy_o}{d\zeta} - y_o \frac{dx_o}{d\zeta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6\,a).$$

Setzt man kürz:

$$I = \frac{1}{k\sqrt{p_o}} \int (x\,Y - y\,X)\,dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7),$$

so geht (6) über in

$$(r)^2 \frac{d(v)}{dt} = k\sqrt{p_o}\,(1+I) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Dividiert man (8) durch (6 a), so ergibt sich mit Rücksicht auf (4)

$$\frac{d\zeta}{dt} = (1+I)\,(1+\gamma)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Hiermit ist eine Gleichung zwischen γ und $d\zeta$ gefunden. Eine zweite Gleichung zwischen diesen beiden Größen oder für eine von ihnen wird dann zur Kenntnis beider führen.

Es ist:

$$x_o = x\,(1+\gamma),$$

mithin auch

$$\frac{dx_o}{d\zeta} = \frac{dx}{dt}\cdot\frac{dt}{d\zeta}\,(1+\gamma) + x\,\frac{d\gamma}{d\zeta} = \frac{dx}{dt}\,\frac{1}{(1+I)\,(1+\gamma)} + \frac{x_o}{1+\gamma}\,\frac{d\gamma}{d\zeta} \quad \ldots\ldots \quad (10\,a),$$

woraus folgt

$$\left.\begin{aligned} (1+I)\left\{(1+\gamma)\,\frac{dx_o}{d\zeta} - x_o\,\frac{d\gamma}{d\zeta}\right\} &= \frac{dx}{dt} \\ \text{Analog findet man} \quad (1+I)\left\{(1+\gamma)\,\frac{dy_o}{d\zeta} - y_o\,\frac{d\gamma}{d\zeta}\right\} &= \frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Durch nochmalige Differentiation nach der Zeit t ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}(1+I)\left\{(1+\gamma)\,\frac{dx_o}{d\zeta} - x_o\,\frac{d\gamma}{d\zeta}\right\} &= \frac{d^2x}{dt^2} \\ \frac{d}{dt}(1+I)\left\{(1+\gamma)\,\frac{dy_o}{d\zeta} - y_o\,\frac{d\gamma}{d\zeta}\right\} &= \frac{d^2y}{dt^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Hierin hat man aus (2) für $\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}$ ihre Werte einzuführen. Mit Benutzung von (3), (4) und (9) findet man leicht:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = X - \frac{x}{(r)^3}\,k^2 = X - \frac{k^2 x_o (1+\gamma)^2}{r_o^3} = X + \frac{d^2 x_o}{d\zeta^2}(1+\gamma)^2$$

$$= X + \frac{d^2 x_o}{d\zeta^2}\frac{d\zeta}{dt}\frac{1}{(1+I)} = X + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dx_o}{d\zeta}\frac{dI}{dt} + \frac{d}{dt}\left(\frac{dx_o}{d\zeta}\frac{1}{(1+I)}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; (12)$$

und eine ähnliche Gleichung für $\frac{d^2y}{dt^2}$.

Durch Integration nach der Zeit erhält man aus (11)

$$\left.\begin{aligned}(1+I)\left\{(1+\gamma)\frac{dx_o}{d\zeta} - x_o\frac{d\gamma}{d\zeta}\right\} &= \int\left(X + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dx_o}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right)dt + \frac{dx_o}{d\zeta}\frac{1}{(1+I)}\\ (1+I)\left\{(1+\gamma)\frac{dy_o}{d\zeta} - y_o\frac{d\gamma}{d\zeta}\right\} &= \int\left(Y + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dy_o}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right)dt + \frac{dy_o}{d\zeta}\frac{1}{(1+I)}\end{aligned}\right\} \quad . \; . \; (13).$$

Setzt man kurz $$k\sqrt{p_o}\,II = \int\left(Y + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dy_o}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right)dt$$

und $$k\sqrt{p_o}\,III = \int\left(X + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dx_o}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right)dt,$$

so findet man leicht:

$$(1+I)(1+\gamma)\left(x_o\frac{dy_o}{d\zeta} - y_o\frac{dx_o}{d\zeta}\right) = k\sqrt{p_o}\,(x_o\,II - y_o\,III) + \left(x_o\frac{dy_o}{d\zeta} - y_o\frac{dx_o}{d\zeta}\right)\frac{1}{(1+I)}$$

und aus (6a) $$(1+\gamma) = x_o\frac{II}{1+I} - y_o\frac{III}{1+I} + \frac{1}{(1+I)^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

und $$\gamma = x_o\frac{II}{1+I} - y_o\frac{III}{1+I} + \frac{1}{(1+I)^2} - 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14a)$$

$$= x_o\frac{II}{1+I} - y_o\frac{III}{1+I} + Ig \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14b),$$

wo gesetzt wurde $$g = -2\left(1 + \frac{I}{2}\right) : (1+I)^2.$$

Aus (13) erhält man ebenfalls:

$$(1+I)\frac{d\gamma}{d\zeta} = (1+I)\frac{d\gamma}{dt}\frac{dt}{d\zeta} = \frac{1}{(1+\gamma)^2}\frac{d\gamma}{dt} = \frac{dx_o}{d\zeta}II - \frac{dy_o}{d\zeta}III \quad . \; . \; . \; . \; . \; (15).$$

In den Gleichungen (13) bis (15) hat man noch $\frac{dx_o}{d\zeta}$ und $\frac{dy_o}{d\zeta}$ durch ihre Werte zu ersetzen. Aus der Differentiation von

$$x_o = r_o\cos v_o$$
$$y_o = r_o\sin v_o$$

ergibt sich

$$\frac{dx_o}{d\zeta} = -r_o\sin v_o\frac{dv_o}{d\zeta} + \cos v_o\frac{dr_o}{d\zeta}$$

$$\frac{dy_o}{d\zeta} = r_o\cos v_o\frac{dv_o}{d\zeta} + \sin v_o\frac{dr_o}{d\zeta}.$$

Nach den Gleichungen der ungestörten Bewegung ist, wenn mit $e_o = \sin\varphi_o$ die Exzentrizität der ungestörten Ellipse bezeichnet wird:

$$\frac{dv_o}{d\zeta} = \frac{k\sqrt{p_o}}{r_o^2} \quad \text{und} \quad \frac{dr_o}{d\zeta} = \frac{k e_o\sin v_o}{\sqrt{p_o}}.$$

Mithin wird: $$\frac{dx_o}{d\zeta} = -\frac{k}{\sqrt{p_o}}\sin v_o \text{ und } \frac{dy_o}{d\zeta} = \frac{k}{\sqrt{p_o}}(e_o + \cos v_o) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16).$$

Führt man aus (14) und (15) die Werte von $1+\gamma$ und $(1+I)\frac{d\gamma}{d\zeta}$ in (10) ein, so hat man nach leichter Reduktion:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \frac{dx_o}{d\zeta}\frac{1}{(1+I)} + k\sqrt{p_o}\,III\\ \frac{dy}{dt} &= \frac{dy_o}{d\zeta}\frac{1}{(1+I)} + k\sqrt{p_o}\,II\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17).$$

Die Gleichungen (9) und (14) ergeben ζ und γ, womit die vorliegende Aufgabe erledigt ist. Die Gleichungen für die praktische Rechnung umzuformen, soll bis zur Formelzusammenstellung aufgeschoben werden, wo auch die Berechnung der störenden Kräfte Platz finden möge.

Die Ableitung der Differentialgleichungen (13) nach Oppolzer möge hier folgen. Nachdem die Gleichungen (10) angeschrieben sind, findet Oppolzer durch Differentiation von (10a) nach ζ:

$$\frac{d^2x_o}{d\zeta^2} = x\frac{d^2\gamma}{d\zeta^2} + \frac{1}{(1+I)^2(1+\gamma)^3}\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{1}{(1+I)^3(1+\gamma)^3}\frac{dx}{dt}\frac{dI}{dt}.$$

„Multipliziert man hier beiderseits mit $1+\gamma$ und ersetzt den Wert von $\frac{d^2x}{dt^2}$ nach der ersten Gleichung in (2) und beachtet, daß $\frac{k^2x}{(r)^3} = -(1+\gamma)^2\frac{d^2x_o}{d\zeta^2}$ ist, so findet man:

$$x_o\frac{d^2\gamma}{d\zeta^2} - \gamma\frac{d^2x_o}{d\zeta^2} = -\frac{X}{(1+I)^2(1+\gamma)^2} + \frac{1}{(1+I)^3(1+\gamma)^2}\frac{dx}{dt}\frac{dI}{dt} + \frac{2I+I^2}{(1+I)^2}\frac{d^2x_o}{d\zeta^2} \quad . \quad . \quad (18).$$

Setzt man zur Abkürzung: $1+Q = \frac{1}{(1+I)^2}$, also $\frac{dQ}{d\zeta} = -\frac{2}{(1+I)^3}\frac{dI}{d\zeta}$ . . . . . (18a)

und ersetzt $\frac{dx}{dt}$ in (18) durch seinen Wert aus (10), so erhält man:

$$x_o\frac{d^2\gamma}{d\zeta^2} - \gamma\frac{d^2x_o}{d\zeta^2} + \frac{1}{(1+I)^2}(1+\gamma)^2\left(x_o\frac{d\gamma}{d\zeta} - \gamma\frac{dx_o}{d\zeta}\right)\frac{dI}{dt} = -\frac{X}{(1+I)^2}(1+\gamma)^2 + \frac{1}{(1+I)^2(1+\gamma)^2}\frac{dx_o}{d\zeta}\frac{dI}{dt} - Q\frac{d^2x_o}{d\zeta^2} \quad (19).$$

Setzt man weiter:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= \frac{dI}{d\zeta}\frac{d\zeta}{dt} = \frac{dI}{d\zeta}(1+I)(1+\gamma)^2\\ (1+I)R &= -\frac{X}{(1+I)(1+\gamma)^2} + \frac{dx_o}{d\zeta}\frac{dI}{d\zeta} - (1+I)Q\frac{d^2x_o}{d\zeta^2}\\ x_o\frac{d\gamma}{d\zeta} - \gamma\frac{dx_o}{d\zeta} &= q\end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20),$$

so nimmt (18) die Gestalt an:

$$\frac{dq}{d\zeta} + \frac{1}{1+I}\frac{dI}{d\zeta}q = R,$$

deren allgemeines Integral ist:

$$q = \frac{1}{1+I}\left\{C + \int(1+I)\,R\,d\zeta\right\}.$$

Weil aber die willkürliche Integrationskonstante gleich Null wird — wenn keine störende Wirkung vorhanden ist, hat man $q=0$ und $R=0$ —, so wird

$$x_o\frac{d\gamma}{d\zeta} - \gamma\frac{dx_o}{d\zeta} = \frac{1}{1+I}\int(1+I)\,R\,d\zeta.$$

Der Ausdruck unter dem Integralzeichen ist noch einer wesentlichen Reduktion fähig. Es ist nämlich

$$(1+I)R = -X\frac{dt}{d\zeta} + \frac{dx_o}{d\zeta}\cdot\frac{dI}{d\zeta} - \frac{d}{d\zeta}\left\{(1+I)Q\frac{dx_o}{d\zeta}\right\} + \frac{dx_o}{d\zeta}\left\{(1+I)\frac{dQ}{d\zeta} + Q\frac{dI}{d\zeta}\right\},$$

woraus sofort, mit Rücksicht auf die Bedeutung von Q und dessen Ableitung (18a), folgt:

$$(1+I)R = -X\frac{dt}{d\zeta} - \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dx_o}{d\zeta}\frac{dI}{d\zeta} - \frac{d}{d\zeta}\left\{(1+I)Q\frac{dx_o}{d\zeta}\right\}.$$

Es ist sonach, wenn eine analoge Entwicklung für die y_0 Koordinate durchgeführt wird:

$$x_0 \frac{d\gamma}{d\zeta} - \gamma \frac{dx_0}{d\zeta} = -\frac{1}{1+I}\int\left(X + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dx_0}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right)dt - Q\frac{dx_0}{d\zeta}$$

$$y_0 \frac{d\gamma}{d\zeta} - \gamma \frac{dy_0}{d\zeta} = -\frac{1}{1+I}\int\left(Y + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dy_0}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right)dt - Q\frac{dy_0}{d\zeta}.$$

Setzt man hierin für Q seinen Wert ein, so ergeben sich die Gleichungen (13). Die wesentlich kürzere Ableitung habe ich dadurch erzielt, daß ich die Differentiationen nicht ausgeführt habe, was auch offenbar unnötig ist, da man nachher wieder integrieren muß und das Integral des Differentials einer Funktion die Funktion selbst ist.

Um die Bedeutung der eingeführten Konstanten festzustellen, sollen die Differentialgleichungen transformiert werden. Führt man ein bewegliches Koordinatensystem ein, dessen X-Achse stets mit der Projektion des Radiusvektors zusammenfällt und dessen Y-Achse in der Bahnebene auf der X-Achse senkrecht steht, und bezeichnet die in den Achsen wirkenden störenden Kräfte mit S und T, so wird

$$\left.\begin{aligned}(X) &= k^2 m_1 \,(S\cos v_0 - T\sin v_0)\\ (Y) &= k^2 m_1 \,(S\sin v_0 + T\cos v_0)\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21).$$

Damit wird:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= \frac{1}{k\sqrt{p_0}}(xY - yX) = \frac{k m_1}{\sqrt{p_0}}\Big((r)\cos v_0\, S\sin v_0 + (r)\cos v_0\, T\cos v_0\\ &\quad - (r)\sin v_0\, S\cos v_0 + (r)\sin v_0\, T\sin v_0\Big) = \frac{k m_1}{\sqrt{p_0}}(r)\,T\end{aligned}\right.$$

Ferner:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dII}{dt} &= \frac{1}{k\sqrt{p_0}}\left(Y + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dy_0}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right) = \frac{k m_1}{\sqrt{p_0}}\left(S\sin v_0 + T\cos v_0 + \frac{1}{(1+I)^2}(e_0 + \cos v_0)\right)\frac{(r)}{p_0}T\\ &= \frac{k m_1}{\sqrt{p_0}}\left(S\sin v_0 + \cos v_0\left(1 + \frac{(r)}{p}\right)T + e_0\frac{(r)}{p}T\right)\\ \frac{dIII}{dt} &= \frac{1}{k\sqrt{p_0}}\left(X + \frac{1}{(1+I)^2}\frac{dx_0}{d\zeta}\frac{dI}{dt}\right) = \frac{k m_1}{\sqrt{p_0}}\left(S\cos v_0 - T\sin v_0 - \frac{1}{(1+I)^2}\frac{(r)}{p_0}\sin v_0\, T\right.\\ &= \frac{k m_1}{\sqrt{p_0}}\left(S\cos v_0 - T\sin v_0\left(1 + \frac{(r)}{p}\right)\right)\end{aligned}\right\} \quad (22)$$

und folglich genähert[1]):

$$\left.\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= \frac{1}{2}\frac{dp}{dt}\\ \frac{dII}{dt} &= \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt} = \frac{de}{dt}\\ \frac{dIII}{dt} &= -\sin\varphi\frac{d\chi}{dt}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (23).$$

C. Entwicklung der Störungen in der dritten Koordinate z.

In bekannter Weise erhält man aus (2)

$$\left.\begin{aligned}y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt} &= \int(yZ - zY)\,dt\\ x\frac{dz}{dt} - z\frac{dx}{dt} &= \int(xZ - zX)\,dt\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24).$$

Setzt man

$$k\sqrt{p_0}\,IV = \int(yZ - zY)\,dt$$

$$k\sqrt{p_0}\;V = \int(xZ - zX)\,dt,$$

[1]) Vergl. Bauschinger, Die Bahnbestimmung der Himmelskörper, S. 497.

so folgt aus (24), da $x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = k\sqrt{p} = k\sqrt{p_o}\,(1+I)$ ist,

$$\left.\begin{aligned} z &= -\frac{IV}{(1+I)}\,x + \frac{V}{(1+I)}\,y \\ \text{und}\qquad \frac{dz}{dt} &= -\,IV\,\frac{dx}{dt} + V\,\frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25).$$

D. Zusammenstellung der Formeln.

Seien Ω_o und i_o die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung der zugrunde gelegten Bahnelemente in bezug auf die gewählte fixe Ekliptik, ferner β'_o, λ'_o die auf dieselbe Ekliptik bezogenen heliozentrischen Breiten und Längen des störenden Planeten, r_1 sein Radiusvektor und m_1 seine Masse in Teilen der Sonnenmaße, ebenso noch φ_o, ω_o, a_o der Exzentrizitätswinkel, der Abstand des Perihels vom Knoten und die halbe große Achse der als konstant anzusehenden Bahnelemente des gestörten Planeten, dessen Maße $m = 0$ gesetzt werde. Als Störungsintervall mögen 40 Tage angenommen werden und die Integrale in Einheiten der siebenten Dezimale angesetzt werden.

1.

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{a_o}\,\sec\varphi_o\, m_1\,(40\,k)\,10^7 \\ \cos B_1 \cos L_1 &= \cos\beta'_o \cos(\lambda'_o - \Omega_o) \qquad & X_2 &= -\,x_1 f r_1^{-3} \\ \cos B_1 \sin L_1 &= \sin i_o \sin\beta'_o + \cos i_o \cos\beta'_o \sin(\lambda'_o - \Omega) & Y_2 &= -\,y_1 f r_1^{-3} \\ \sin B_1 &= \cos i_o \sin\beta'_o - \sin i_o \cos\beta'_o \sin(\lambda'_o - \Omega) & Z_2 &= -\,z_1 f r_1^{-3} \\ x_1 &= r_1 \cos B_1 \cos(L_1 - \omega_o) \\ y_1 &= r_1 \cos B_1 \sin(L_1 - \omega_o) \\ z_1 &= r_1 \sin B_1. \end{aligned}$$

Diese Formeln kann man, da darin die Störungswerte nicht vorkommen, ephemeridenartig berechnen.

2. Diese Formeln enthalten schon die zu ermittelnden Störungswerte, die man hinreichend genau nach der Newtonschen Interpolationsformel extrapolieren kann. In vielen Fällen kann man die Extrapolation auf mehrere Intervalle zugleich ausdehnen.

$$M = M_o + \mu_o t + \Delta M \qquad M = E_o - e_o \sin E_o$$

$$\frac{x_o}{a_o} = \cos E_o - e_o \qquad \frac{y_o}{a_o} = \sin E_o \cos\varphi_o \qquad \frac{r_o}{a_o} = 1 - e_o \cos E_o.$$

$$\alpha = \frac{a_o}{r_o}\cos E_o \qquad \beta = -\frac{a_o}{r_o}\sin E_o \sec\varphi_o$$

M_o ist die mittlere Anomalie zur Zeit der Oskulationsepoche, μ_o die mittlere tägliche siderische Bewegung, ΔM die extrapolierte Störung der mittleren Anomalie. Durch Extrapolation findet man aus den Störungstabellen $1 + \gamma$ und damit

$$x = x_o : (1+\gamma) \qquad y = y_o : (1+\gamma) \qquad (r) = r_o : (1+\gamma) \qquad z = z_o : (1+\gamma).$$

3.

$$\begin{aligned} \varrho\cos\vartheta\cos\Theta &= x_1 - x \qquad & X_1 &= f\,(x_1 - x)\,\varrho^{-3} \\ \varrho\cos\vartheta\sin\Theta &= y_1 - y & Y_1 &= f\,(y_1 - y)\,\varrho^{-3} \\ \varrho\sin\vartheta &= z_1 - z & Z_1 &= f\,(z_1 - z)\,\varrho^{-3}. \end{aligned}$$

Die noch erforderlichen Größen εx, εy und εz sind sehr klein, so daß man sie zu Anfang der Rechnung ganz vernachlässigen kann. Für (279) Thule werden sie erst die 10. Dezimale beeinflußen, wenn z größer als zwei Einheiten der 4. Dezimale wird. Zur Berechnung hat man:

$$\psi = 40\cdot 10^7 \cdot k \cdot \frac{3}{2}\left\{1 - \frac{5}{4}\,\frac{z^2}{(r)^2} + \frac{5\cdot 7}{4\cdot 6}\,\frac{z^4}{(r)^4} - \cdots\right\}$$

$$\varepsilon = \sqrt{a_o}\,\sec\varphi_o\, z^2\,(r)^{-5}\,\psi.$$

Die störenden Kräfte werden dann: $X = \Sigma\,(X_1 + X_2) + \varepsilon x$

$$Y = \Sigma\,(Y_1 + Y_2) + \varepsilon y$$

$$Z = \Sigma\,(Z_1 + Z_2) + \varepsilon z.$$

4.

$$\frac{dI}{dt} = \frac{x_o}{a_o}\frac{Y}{(1+\gamma)} - \frac{y_o}{a_o}\frac{X}{(1+\gamma)} \qquad \frac{dIV}{dt} = \frac{Y_o}{a_o}\frac{Z}{(1+\gamma)} - \frac{z_o}{a_o}\frac{Y}{(1+\gamma)}$$

$$\frac{dII}{dt} = Y + \frac{1}{(1+I)^2}\alpha\frac{dI}{dt} \qquad \frac{dV}{dt} = \frac{X_o}{a_o}\frac{Z}{(1+\gamma)} + \frac{z_o}{a_o}\frac{X}{(1+\gamma)}$$

$$\frac{dIII}{dt} = X + \frac{1}{(1+I)^2}\beta\frac{dI}{dt}$$

5. Sind die Integralwerte ermittelt, so rechnet man die Störungswerte γ, z, $\Delta\zeta$ oder, indem man $\Delta\zeta$ mit $40\,\mu_o$ multipliziert, ΔM nach den Formeln:

$$g = -\frac{2+I}{(1+I)^2}; \qquad s = 1+I; \qquad h = -\frac{3+3I+I^2}{(1+I)^3}; \qquad n = \frac{2}{(1+I)^2} = \frac{2}{s^2}$$

$$\Gamma = \frac{x_o}{a_o}\,II - \frac{y_o}{a_o}\,III$$

$$\gamma = gI + \frac{\Gamma}{s}$$

$$z_o = \frac{1}{s}(y_o V - x_o IV)$$

$$\frac{d\Delta M}{dt} = n\,40\,\mu_o I + n\,40\,\mu_o\,\Gamma + 40\,\mu_o\,\frac{\Gamma^2}{s}$$

oder einfacher $\frac{d\Delta M}{dt} = \{(1+I)\,(1+\gamma)^2 - 1\}\,40\,\mu_o$, wenn man siebenstellige Subtraktionslogarithmen anwendet.

Beschränkt man sich auf Störungen erster Ordnung, so hat man statt der Formeln **5** einfacher:

$$\gamma = -2I + \Gamma$$

$$z = -xIV + yV$$

$$\frac{d\Delta M}{dt} = -3I\,40\,\mu_o + 80\,\mu\,\Gamma \text{ oder } \frac{d\Delta M}{dt} = I\,40\,\mu_o + 2\gamma\,40\,\mu_o.$$

Zur Berechnung der Ephemeride rechnet man:

$$M = M_o + \mu_o t + \Delta M.$$

Daraus nach bekannten Formeln mit den ungestörten Elementen φ_o und a_o die Koordinaten des Planeten. Diese ungestörten Koordinaten verwandelt man durch Multiplikation mit $(1+\gamma)^{-1}$ in die gestörten. z zerlegt man nach den drei Achsen[1]) und hat dann

$$x' = (r)\sin a \sin(A + v_o + \omega_o) + z\cos a$$
$$y' = (r)\sin b \sin(B + v_o + \omega_o) + z\cos b$$
$$z' = (r)\sin c \sin(C + v_o + \omega_o) + z\cos c.$$

E. Übergang auf oskulierende Elemente.

Aus den Integraltafeln entnimmt man für die neue Oskulationsepoche die Integralwerte

$$I,\ I_1,\ III,\ IV,\ V,\ \Delta M.$$

Den Differentialquotienten $\frac{dz}{dt}$ bildet man durch Anwendung der mechanischen Differentiation, was aber nur in seltenen Fällen nötig sein wird.

Zählt man alle Bogen vom Knoten N der gestörten Bahn auf die ungestörte, so ergibt sich, da als Anfangspunkt der Zählung das Perihel der ungestörten Bahn angenommen war:

$$\left.\begin{aligned} x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} &= k\sqrt{p_o}\,(1+I) = k\sqrt{p}\cos J \\ y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt} &= k\sqrt{p_o}\,IV \quad = k\sqrt{p}\sin J\sin\Omega_o \\ x\frac{dz}{dt} - z\frac{dx}{dt} &= k\sqrt{p_o}\,V \quad = k\sqrt{p}\sin J\cos\Omega_o \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

[1]) Vergl. Bauschinger, Die Bahnbestimmung der Himmelskörper, S. 29 (12).

worin $\overline{\Omega}_o$ und J die Länge des Knotens und die Neigung der gestörten Bahn in der ungestörten bezeichnen. Nennt man die Länge in der gestörten Bahn von N aus gezählt u, so ist

$$tg\, u = \text{tang}\,(v_o + \overline{\Omega}_o)\,\sec J$$

oder

$$u = v_o + \overline{\Omega}_o + \text{tang}^2\,\frac{J}{2}\,\sin 2\,(v_o + \overline{\Omega}_o)\cdot \text{cosec}\,1'' + \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2),$$

so ist

$$u = v + \overline{\Omega},$$

wo v die gestörte wahre Anomalie in der wahren Bahn ist und $\overline{\Omega}$ in der wahren Bahnebene eine analoge Bedeutung hat, wie $\overline{\Omega}_o$ in der ungestörten. Setzt man, um die Lage der gestörten Bahn gegen die Ekliptik zu finden, $K = \omega - \overline{\Omega}$ und $K_o = \omega_o - \overline{\Omega}_o$, so folgt aus dem Dreieck $\Omega N \Omega_o$

$$\left.\begin{aligned} \text{tang}\,\frac{1}{2}\left(K + (\Omega - \Omega_o)\right) &= \cos\frac{1}{2}\,(i_o - J)\,\sec\frac{1}{2}\,(i_o + J)\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,K_o \\ \text{tang}\,\frac{1}{2}\left(K + (\Omega - \Omega_o)\right) &= \sin\frac{1}{2}\,(i_o - J)\,\text{cosec}\,\frac{1}{2}\,(i_o + J)\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,K_o \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (3\,a).$$

Da J ein kleiner Winkel ist, läßt sich zur Berechnung von (3 a) das logarithmische Differential mit Vorteil verwenden. Es ist

$$\log\cos\frac{1}{2}\,(i_o - J) - \log\cos\frac{1}{2}\,(i_o + J) = \frac{Mod}{2}\,iJ\,\sin^2 1''\left(1 + \frac{1}{12}\sin^4 1''\,(i_o^2 + J^2) + \ldots\right)$$

$$\log\sin\frac{1}{2}(i_o - J) - \log\sin\frac{1}{2}\,(i_o + J) = \log\,(i_o - J) - \log\,(i_o + J) + \frac{Mod}{6}\,i_o\,J\left(1 + \frac{1}{60}\sin^4 1''(i_o^2 + J^2) + \ldots\right)$$

$$\log\frac{Mod}{2}\,\sin^2 1'' = 8.70790_{-20} \qquad \log\frac{Mod}{6}\,\sin^2 1'' = 8.23078_{-20}.$$

In den hier in Betracht kommenden Fällen kann man die mit $\sin^4 1''$ multiplizierten Glieder vernachlässigen. Nun ist $d\log\text{tang}\,\frac{1}{2}\,K_o = Mod\,\text{cosec}\,K_o\,\sin 1''\,dK_o$, also

$$\left.\begin{aligned} (K - K_o) + (\Omega - \Omega_o) &= \frac{1}{2}\,i_o\,J\,\sin 1''\,\sin K'_o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A) \\ (K - K_o) - (\Omega - \Omega_o) &= \left(\log\,(i_o - J) - \log\,(i_o + J) + \frac{Mod}{6}\,i_o J\,\sin^2 1''\right)\,\sin K_o''\,\text{cosec}\,1''\,\frac{1}{Mod} \\ &= \sin K''_o\left(-\,2\,\text{cosec}\,1''\,\frac{J}{i_o} + \frac{1}{6}\,i_o J\,\sin 1''\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (B) \end{aligned}\right\} \quad (3\,b).$$

Nach den Mittelwertsätzen hat man darin zu setzen:

$$K'_o = \frac{1}{2}\left(K + K_o + \Omega - \Omega_o\right) \quad \text{und} \quad K''_o = \frac{1}{2}\left(K + K_o - (\Omega - \Omega_o)\right).$$

Man erhält dann

$$\left.\begin{aligned} \Delta(K) = K - K_o &= \frac{1}{2}\,(A + B) \\ \Delta(\Omega) = \Omega - \Omega_o &= \frac{1}{2}\,(A - B) \\ \Delta(\pi) = \pi - \pi_o &= A + \Delta u + (v_o - v) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3\,c).$$

Die Neigung der gestörten Bahn gegen die Ekliptik findet man endlich aus:

$$\text{tang}\,\frac{1}{2}\,(i - i_o) = \cos\frac{1}{2}\,(K + K_o)\,\sec\frac{1}{2}\,(K - K_o)\,\text{tang}\,\frac{1}{2}\,J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4).$$

Die Exzentrizität und die wahre Anomalie in der gestörten Bahn liefern die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} e\,\sin v &= \frac{\sqrt{p}}{k}\,\frac{dr}{dt} \\ e\,\cos v &= \frac{p}{r} - 1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5\,a).$$

Nun ist $r^2 = (r)^2 + z^2$,

also
$$r\frac{dr}{dt} = (r)\frac{d(r)}{dt} + z\frac{dz}{dt}$$
$$\frac{dr}{dt} = \frac{(r)}{r}\frac{d(r)}{dt} + \frac{z}{r}\frac{dz}{dt} = \cos b\,\frac{d(r)}{dt} + \sin b\,\frac{dz}{dt},$$

wo der Winkel zwischen dem Radiusvektor und seiner Projektion mit b bezeichnet wurde. In diese Gleichung hat man für $\frac{d(r)}{dt}$ seinen Wert einzuführen. Es ist $(r)^2 = x^2 + y^2$,

mithin [1]
$$\frac{d(r)}{dt} = \cos v_o\frac{dx}{dt} + \sin v_o\frac{dy}{dt}$$
$$= \cos v_o\left(\frac{1}{1+I}\frac{dx_o}{d\zeta} + k\sqrt{p_o}\,III\right) + \sin v_o\left(\frac{1}{(1+I)}\frac{dy_o}{d\zeta} + k\sqrt{p_o}\,II\right)$$
$$= -\frac{1}{1+I}\sin v_o\cos v_o\frac{k}{\sqrt{p_o}} + k\sqrt{p_o}\,III\cos v_o + \frac{1}{(1+I)}e_o\sin v_o\frac{k}{\sqrt{p_o}}$$
$$+\frac{1}{(1+I)}\sin v_o\cos v_o\frac{k}{\sqrt{p_o}} + k\sqrt{p_o}\,II\sin v_o$$
$$= \frac{1}{(1+I)}e_o\sin v_o\frac{k}{\sqrt{p_o}} + k\sqrt{p_o}\,(II\sin v_o + III\cos v_o) \quad \ldots\ldots\ldots \text{(5 b)}.$$

Nach (1) ist:
$$\left.\begin{aligned}\sqrt{p} &= \sqrt{p_o}\,(1+I)\sec J\\ p &= p_o(1+I)^2\sec^2 J\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(5 c)}.$$

Trägt man diese Werte in (5 a) ein, so findet man:
$$\frac{\sqrt{p}}{k}\frac{dr}{dt} = \sqrt{p_o}\,(1+I)\sec J\cos b\,\frac{d(r)}{dt} + \frac{\sqrt{p}}{k}\sin b\,\frac{dz}{dt}$$
$$= e_o\sin v_o\sec J\cos b + p_o\sec J\cos b\,(1+I)\,(II\sin v_o + III\cos v_o) + \frac{\sqrt{p}}{k}\sin b\,\frac{dz}{dt}.$$

Setzt man kurz: $a = -2\,e_o\sec J\sin\frac{b+J}{2}\sin\frac{b-J}{2}\sin v_o + \frac{\sqrt{p}}{k}\sin b\,\frac{dz}{dt}$

(die Größe a wird man meist vernachlässigen können, da sie von der Ordnung des Quadrats der Breitenstörungen ist), so wird
$$e\sin v = e_o\sin v_o + p_o(1+I)\sec J\cos b\,(II\sin v_o + III\cos v_o) + a \quad \ldots\ldots \text{(6 a)}.$$

Ferner hat man:
$$\frac{p}{r} - 1 = \frac{p_o}{r_o} - 1 + \frac{p_o}{r_o}(1+I)^2\sec^2 J\cos b\,(1+\gamma) - \frac{p_o}{r_o}\sec^2 J\cos b + \frac{p_o}{r_o}\sec^2 J\cos b - \frac{p_o}{r_o}\sec^2 J + \frac{p_o}{r_o}\sec^2 J - \frac{p_o}{r_o}$$
$$= e_o\cos v_o + \frac{p_o}{r_o}\sec^2 J\cos b\left((1+I)^2(1+\gamma) - 1\right) + \frac{p_o}{r_o}\sec^2 J(\cos b - 1) + \frac{p_o}{r_o}\tan g^2 J$$
$$= e_o\cos v_o + p_o(1+I)\sec^2 J\cos b\,(II\cos v_o - III\sin v_o)^{2)} - \frac{2p_o}{r_o}\sec^2 J\sin^2\frac{b}{2} + \frac{p_o}{r_o}\tan g^2 J.$$

Mithin wird:
$$e\cos v = e_o\cos v_o + p_o(1+I)\sec^2 J\cos b\,(II\cos v_o - III\sin v_o) + \frac{p_o}{r_o}\left(\tan g^2 J - 2\sec^2 J\sin^2\frac{b}{2}\right) \quad \text{(6 b)}.$$

Das dritte Glied kann man hier aus dem schon angeführten Grunde vernachlässigen. Setzt man dafür
$$b = \frac{p_o}{r_o}\left(\tan g^2 J - 2\sec^2 J\sin^2\frac{b}{2}\right),$$
so hat man endlich:
$$\left.\begin{aligned}e\sin v &= e_o\sin v_o + p_o(1+I)\sec J\cos b\,(II\sin v_o + III\cos v_o) + a\\ e\cos v &= e_o\cos v_o + p_o(1+I)\sec^2 J\cos b\,(II\cos v_o - III\sin v_o) + b\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \text{(6 c)}.$$

[1]) Siehe Formel (17) S. 10.
[2]) Siehe Formel (14) S. 9.

Erinnert man sich, daß die berechneten Integrale *II* und *III* mit dem Faktor a_o bereits multipliziert sind, so wird man (6 c) sofort so schreiben:

$$\left.\begin{aligned} e \sin v &= e_o \sin v_o + \cos^2 \varphi_o (1 + I) \sec J \cos b \,(II \sin v_o + III \cos v_o) + a \\ e \cos v &= e_o \cos v_o + \cos^2 \varphi_o (1 + I) \sec^2 J \cos b \,(II \cos v_o - III \sin v_o) + b \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (6).$$

Hierin sind für die Integrale *II* und *III* direkt die den Integraltafeln entnommenen Werte einzusetzen. (Hat man nach der älteren Methode gerechnet, so muß man noch statt $(1 + I)$ als Faktor $(1 + I)^2$ benutzen und das Vorzeichen von *III* ändern.)

Setzt man in bekannter Weise:

$$\left.\begin{aligned} g \sin G &= \cos^2 \varphi_o (1 + I) \sec J \cos b \,(II \sin v_o + III \cos v_o) + a \\ g \cos G &= \cos^2 \varphi_o (1 + I) \sec^2 J \cos b \,(II \cos v_o - III \sin v_o) + b \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (7),$$

so wird:

$$\begin{aligned} e \sin (v - v_o) &= g \sin (G - v_o) \\ e \cos (v - v_o) &= e_o + g \cos (G - v_o), \end{aligned}$$

also:

$$\operatorname{tang} (v - v_o) = \frac{g \sin (G - v_o)}{e_o + g \cos (G - v_o)} \quad \ldots \quad (7\,a),$$

und

$$\Delta(e) = g \cos \left(G - \frac{1}{2} (v + v_o)\right) \sec \frac{1}{2} (v - v_o)$$

$$e^2 - e_o^2 = \Delta(e)^2 = \left(2 e_o + \Delta(e)\right) \Delta(e) = g^2 + 2 e_o g \cos (G - v_o)$$

$$\sin (\varphi - \varphi_o) = \Delta(e)^2 \operatorname{cosec} (\varphi + \varphi_o) \quad \ldots \quad (7\,b).$$

Kann man die Zusatzglieder a und b vernachlässigen, so vereinfachen sich diese Formeln (7) sehr. Setzt man:

$$+ II = m \cos M$$
$$+ III = m \sin M,$$

$$2 \log \sec J = \log \sec J = \frac{3}{2} \log \sec J$$

oder

$$\log \sec J = 0,$$

und noch

$$m' = \cos^2 \varphi_o (1 + I) \cos b \cdot m,$$

so wird

$$\begin{aligned} e \sin v &= e_o \sin v_o + m' \sin (v_o + M) \\ e \cos v &= e_o \cos v_o + m' \cos (v_o + M) \end{aligned}$$

und

$$\left.\begin{aligned} e \sin (v - v_o) &= m' \sin M \\ e \cos (v - v_o) &= e_o + m' \cos M \\ e^2 - e_o^2 - \Delta(e)^2 &= m'^2 + 2 e_o m' \cos M \\ \sin (\varphi - \varphi_o) &= \Delta(e)^2 \operatorname{cosec} (\varphi + \varphi_o) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (7').$$

Die große Halbachse a ergibt sich dann aus (5 c)

$$\left.\begin{aligned} a &= p_o (1 + I)^2 \sec^2 J \sec^2 \varphi \\ \mu &= \frac{k''}{a^{3/2}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8).$$

und

Zur Probe kann man folgende Formeln ableiten. Setzt man

$$p = p_o + \Delta p = p_o (1 + I)^2 \sec^2 J,$$

so ist

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_o (1 + I)^2 \sec^2 J - p_o \\ &= p_o \sec^2 J + p_o I (2 + I) \sec^2 J - p_o \\ &= p_o (\operatorname{tang}^2 J + I (2 + I) \sec^2 J) = p_o n. \end{aligned}$$

Mithin wird:

$$\frac{\Delta a}{a_o} = \frac{a - a_o}{a_o} = \frac{\Delta p + a_o (e^2 - e_o^2)}{p_o - a_o (e^2 - e_o^2)} = \frac{n + \sec^2 \varphi_o (e^2 - e_o^2)}{1 - \sec^2 \varphi_o (e^2 - e_o^2)}.$$

Wird darin $\frac{\Delta a}{2 a_o} = q$ gesetzt, so folgt in bekannter Weise:

$$\Delta \mu = \mu - \mu_o = - \mu_o q f$$

(f mit Argument q entnimmt man der Enckeschen f-Tafel).

Ohne Hilfstafeln wird man folgendermaßen verfahren. Aus (8) ergibt sich:

$$\frac{a}{a_o} = (1+I)^2 \sec^2 J \sec^2 \varphi \cos^2 \varphi_o,$$

oder logarithmisch geschrieben:

$$\log a - \log a_o = 2\log(1+I) - 2\log\cos J - 2\log\cos\varphi + 2\log\cos\varphi_o$$
$$= 2\,Mod\,I\left(1 - \frac{I}{2} + \frac{I^2}{3} - \frac{I^3}{4} + \ldots\right) + Mod\,J^2 \sin^2 1'' + 2\,Mod\,\Delta\varphi\left(\frac{\varphi + \varphi_o}{2}\right)\sin^2 1'' +$$
$$+ \frac{Mod}{6}(4\varphi_o^3\Delta\varphi + 6\varphi_o^2\Delta\varphi_o^2 + 4\varphi_o\Delta\varphi^3 + \Delta\varphi^4)\sin^4 1'' + \ldots$$

Nun ist ferner:

$$\log\mu - \log\mu_o = \frac{3}{2}(\log a_o - \log a) = -3\,Mod\,I\left(1 - \frac{I}{2} + \ldots\right) - \frac{3}{2}\,Mod\,J^2\sin^2 1'' - 3\,Mod\,\Delta\varphi\left(\frac{\varphi+\varphi_o}{2}\right)\sin^2 1'' - \ldots$$

und

$$d\log\mu_o = \frac{1}{\mu_o}\,Mod\,d\mu$$

oder

$$d\mu = \frac{\mu_o}{Mod}\,d\log\mu_o.$$

Geht man unter Anwendung der Mittelwertsätze von den Differentialen auf die Differenzen über, so hat man:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\mu &= \left(\mu_o + \frac{\Delta\mu}{2}\right)\frac{1}{Mod}\,\Delta\log\mu_o \\ &= -\frac{3}{2}\left(\mu_o + \frac{\Delta\mu}{2}\right)\left\{I\left(2 - I + \frac{I^2}{1{,}5} - \ldots\right) + \left(\Delta\varphi\,(\varphi_o + \varphi) + J^2\right)\sin^2 1''\right\}\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8\,b).$$

Hierin hat man in bekannter Weise zuerst auf der rechten Seite $\Delta\mu = 0$ zu setzen und dann durch allmähliche Näherungen den wahren Wert von $\Delta\mu$ zu ermitteln.

Die mittlere Anomalie M erhält man durch die Formeln:

$$\left.\begin{aligned}\tan\frac{1}{2}(v - E) &= \frac{\tan\frac{\varphi}{2}\sin v}{1 + \tan\frac{\varphi}{2}\cos v} \\ M &= E - \sin\varphi''\sin E\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (9).$$

F. Zusammenstellung der Formeln für den Übergang von den Störungen in Polarkoordinaten zu den Elementenstörungen.

Man rechne für die neue Oskulationsepoche t:

1. $M_o + \mu(t - t_o) + \Delta M = E_o - \sin\varphi_o \sin E_o$
$r_o \sin v_o = a_o \cos\varphi_o \sin E_o$
$r_o \cos v_o = a_o(\cos E_o - e_o)$,

oder, da r_o nicht gebraucht wird,

$$\tan\frac{1}{2}(v_o - E_o) = \frac{\tan\frac{\varphi_o}{2}\sin E_o}{1 - \tan\frac{\varphi_o}{2}\cos E_o}$$

2.
$$\sin J \sin\Omega_o \sqrt{p} = \sqrt{p_o}\,IV$$
$$\sin J \cos\Omega_o \sqrt{p} = \sqrt{p_o}\,V$$
$$\cos J \sqrt{p} = \sqrt{p_o}(1 + I)$$
$$\Delta u = \tan^2\frac{J}{2}\sin 2(v_o + \Omega_o)\,\mathrm{cosec}\,1''$$
$$K_o = \omega_o + \Omega_o.$$

3.
$$\tan\frac{1}{2}\left(K + (\Omega - \Omega_o)\right) = \cos\frac{1}{2}(i_o - J)\sec\frac{1}{2}(i_o + J)\tan\frac{1}{2}K_o$$
$$\tan\frac{1}{2}\left(K - (\Omega - \Omega_o)\right) = \sin\frac{1}{2}(i_o - J)\,\mathrm{cosec}\frac{1}{2}(i_o + J)\tan\frac{1}{2}K_o$$
$$\tan\frac{1}{2}(i - i_o) = \cos\frac{1}{2}(K + K_o)\sec\frac{1}{2}(K - K_o)\tan\frac{1}{2}J$$

oder:

$$A = \tan\frac{J}{2}\tan\frac{i_o}{2}\sin K_o\,\mathrm{cosec}\,1''$$
$$B = -\tan\frac{J}{2}\cos\frac{i_o}{2}\sin K_o\,\mathrm{cosec}\,1''$$
$$K - K_o = A + B$$
$$\Omega - \Omega_o = A - B.$$

4.
$$\begin{aligned} II &= m\cos M \\ III &= m\sin M \\ m' &= \cos^2\varphi_o\,(1+I)\,m \\ e\sin(v-v_o) &= m'\sin M \\ e\cos(v-v_o) &= e_o + m'\cos M \\ e^2 - e_o^2 &= m'^2 + 2\,e_o\,m'\cos M \\ \sin(\varphi-\varphi_o) &= (e^2-e_o^2)\,\operatorname{cosec}(\varphi+\varphi_o). \end{aligned}$$

5.
$$n = \operatorname{tang}^2 J + I\,(2+I)\sec^2 J$$
$$q = \frac{\Delta a}{2\,a\,o} = \frac{1}{2}\cdot\frac{n+\sec^2\varphi_o\,(e^2-e_o^2)}{1-\sec^2\varphi_o\,(e^2-e_o^2)}$$
$$\Delta\mu = -\mu_o q f,$$

oder:
$$a = p_o\,(1+I)^2\sec^2 J\sec^2\varphi$$
$$\mu = k''\,a^{-\frac{3}{2}}.$$

5 a.
$$\Delta\mu = -\frac{3}{2}\left\{I\left(2-I+\frac{I^2}{1{,}5}-\frac{I^3}{2}\right)+\left(\Delta\varphi\,(\varphi_o+\varphi)+J^2\right)\sin^2 1''\right\}\left(\mu_o+\frac{\Delta\mu}{2}\right).$$

6.
$$\operatorname{tang}\frac{1}{2}(v-E) = \frac{\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}\sin v}{1+\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2}\cos v}$$
$$M = E - \sin\varphi''\sin E$$
$$\pi = \pi_o + (K-K_o) + (\Omega-\Omega_o) + \Delta u - (v-v_o).$$

G. Beispiel für den Übergang auf oskulierende Elemente.

Die neue Oskulationsepoche sei 1894 Juni 4,0.
Aus den Integraltafeln entnimmt man:

$I = +\ 8903.69$ $\quad IV = +\ 1.26$
$II = -18134.46$ $\quad V = +\ 151.82$
$III = -\ 500.28$ $\quad \Delta M = -\ 6'\,6''.27.$

Ferner braucht man noch aus der Störungsrechnung:

1891 Februar 0,0.
$M_o = 153^0\,22'\,25''.08$ $\quad \sin\varphi_o = 8.9153841$ $\quad \operatorname{tang}\frac{i_o}{2} = 8.31667$
$\mu_o = 403''.1860$ $\quad \cos\varphi_o = 9.9985243$
$\varphi_o = 4^0\,43'\,14''.2$ $\quad \sqrt{a_o} = 0.3148337$
$t - t_o = 1220^d$ $\quad \sqrt{p_o} = 0.3133580$
$\mu_o\,(t-t_o) = 136^0\,38'\,6''.92$ $\quad \omega_o = 233^0\,18'\,29''.9$ 1890.0.

1.
$M_o + \mu_o\,(t-t_o) + \Delta M = 289^0\,54'\,25''.73$
$E_o - M_o = -4^0\,32'\,48''.66$
$\sin\varphi''_o = 4.2298092$
$\sin E_o = 9_n984\,2028$
$\operatorname{tang}\frac{\varphi_o}{2} = 8.6150913$
$\cos E_o = 9.4230622$
$\operatorname{tang}\frac{\varphi_o}{2}\cos E_o = 8.0381535$
$\operatorname{tang}\frac{\varphi_o}{2}\sin E_o = 8_n599\,2941$
$1:(1-\operatorname{tang}\frac{\varphi_o}{2}\cos E_o) = 0.0047678$
$\operatorname{tang}\frac{1}{2}(v_o - E_o) = 8_n604\,0619$
$v_o - E_o = -4^0\,36'\ 8''.51$
$E_o = 285^0\,21'\,37''.07$
$v_o = 280^0\,45'\,28''.56$

2.
$\log IV = 3.10037_{-10}$
$\log V = 5.18133_{-10}$
$\operatorname{tang}\overline{\Omega_o} = 7.91904$
$\overline{\Omega_o} = +\ 0^0\,28'\,31''.85$
$K_o = 232^0\,49'\,58''.0$
$\log(1+I) = 0.0003869$
$\operatorname{tang} J = 5.18094$

3.
$\operatorname{tang}\frac{J}{2} = 4.87991$
$\sin K_o = 9_n901\,39$
$\operatorname{cosec} 1'' = 5.31443$
$\Sigma = 9_n095\,73$
$A = -\ 0''.026$
$B = +60''.121 + 0''.013$
$K - K_o = +60''.108$
$\Omega - \Omega_o = -60''.160$
$\sec\frac{1}{2}(K-K_o) = 0.000\,00$
$\cos\frac{1}{2}(K+K_o) = 9_n781\,05$
$\operatorname{tang} J'' = 0.495\,36$
$i - i_o = -1''.890$

4.

$m \sin M = 5{,}699\,239$
$m \cos M = 7_n258\,505$
$\cos M = 9_n999\,835$
$m = 7.258\,670$
$\cos^2 \varphi_o = 9.997\,048\,6$
$(1 + I)^2 = 0.000\,773\,8$
$m' = 7.256\,492$
$\sin M = 8.440\,569$
$m' \cos M = 7_n256\,327$
$\sin \varphi_o = 8.915\,384\,1$
$\sin \varphi_o + m' \cos M = 8.905\,756\,2$
$m' \sin M = 5.697\,061$
$\tan (v - v_o) = 6.791\,305$
$v - v_o = + 2'\,7''.56$
$m'^2 = 4.512\,984$
$2 \sin \varphi_o m' \cos M = 6_n472\,741$
$e^2 - e_o^2 = 6_n467\,950$
$\sin \varphi = 8.905\,756\,2$
$\varphi = 4^0\,37'\,\,0''.78$
$\varphi + \varphi_o = 9^0\,20'\,14''.98$
$\sin (\varphi + \varphi_o) = 9.210\,184$
$\sin (\varphi - \varphi_o) = 7_n257\,766$
$\varphi - \varphi_o = - 6'\,13''.42$

oder näherungsweise [1]):
$II \cos^2 \varphi_o (1+I)^2 = 7_n256\,392$
$\sec \varphi = 0.001\,411\,4$
$\operatorname{cosec} 1'' = 5.314\,425$
$2_n572\,228$
$\varphi - \varphi_o = - 6'\,13''.45$

$III \cos^2 \varphi_o (1+I)^2 = 5.699\,239$
$- \operatorname{cosec} \varphi = 1_n094\,244$
$\operatorname{cosec} 1'' = 5.314\,425$
$= 2_n107\,908$
$\chi - \pi_o = - 2'\,7''.56$

$- (v - v_o) = - 2'\,7''.56$
$K - K_o + \Omega - \Omega_o = - \quad 0''.05$
$\Delta \pi = - 2'\,7''.61$

5.

$I = 6.949\,57$
$2 + I = 0.301\,22$
$n = 7.250\,79$
$\sec^2 \varphi_o (e^2 - e_o^2) = 6_n470\,90$
$\Sigma = 7.171\,97$
$1 : \left(1 - \sec^2 \varphi_o (e^2 - e_o^2)\right) = 0.000\,13$
$\log q = 6.870\,81$
$q = 0.000\,743$
$\log f = 0.476\,32$
$\log (- \mu_o) = 2_n605\,51$
$\log \Delta \mu = 9_n952\,64$
$\Delta \mu = - 0''.89669$

5 a.

$p_o = 0.626\,716\,0$
$(1 + I)^3 = 0.000\,773\,8$
$\sec^2 J = 0.000\,000\,0$
$\sec^2 \varphi = 0.002\,822\,8$
$\log Q = 0.630\,312\,6$
$\frac{3}{2} \log a = 0.945\,468\,9$
$k'' = 3.550\,006\,6$
$\log \mu = 2.604\,537\,7$
$\mu = 402''.2886$

6.

$v = 280^0\,47'\,36''.12$
$\sin v = 9_n992\,248\,1$
$\tan \frac{\varphi}{2} = 8.605\,431\,4$
$\cos v = 9.272\,462\,6$
$\tan \frac{\varphi}{2} \cos v = 7.877\,894\,0$
$\tan \frac{\varphi}{2} \sin v = 8_n597\,679\,5$
$1 : (1 + \tan \frac{\varphi}{2} \cos v) = 9.996\,733\,9$
$\tan \frac{1}{2}(v - E) = 8_n594\,413\,4$

$v - E = - 4^0\,30'\,\,4''.85$
$E = 285^0\,17'\,40''.97$
$\sin E = 9_n984\,339\,0$
$\sin \varphi'' = 4.220\,181\,3$
$= 4_n204\,520\,3$
$E - M = - 4^0\,26'\,54''.76$
$M = 289^0\,44'\,35''.73$
$M_o = 290^0\,\,0'\,32''.00$
$\Delta M = - 0^0\,15'\,56''.27$
$\Delta \pi = - \quad 2'\,\,7''.61$
$\Delta L = - 0^0\,18'\,\,3''.88$

Ergebnis:	Variation der Elemente:
$\Delta L = - 0^0\,18'\,\,3''.88$	$- 0^0\,18'\,\,3''.87$
$\Delta \pi = - \quad 2'\,\,7''.61$	$- \quad 2'\,\,7''.89$
$\Delta \Omega = - \quad 1'\,\,0''.16$	$- \quad 1'\,\,0''.16$
$\Delta i = - \quad 1''.89$	$- \quad 1''.89$
$\Delta \varphi = - \quad 6'\,13''.42$	$- \quad 6'\,13''.40$
$\Delta \mu = - \quad 0''.89669$	$- \quad 0''.89666$

Schlußbemerkung.

Ich habe die Analyse hier in derselben Art durchgeführt, wie es v. Oppolzer getan hat. Analytisch eleganter ist zweifellos die Hansensche Form der Analyse. Hansen formuliert vorher genau das Problem und wendet sich erst dann zur Entwicklung der eingeführten Größen. Hier interessieren uns speziell die Größen ξ und η. Hansen definiert sie durch die Relationen:

$$e \sin (\chi - \pi_o) = \cos^2 \varphi_o \, \eta_1$$
$$e \cos (\chi - \pi_o) = e_o + \cos^2 \varphi_o \, \xi_1.$$

Aus dieser Definition folgt unmittelbar der Zusammenhang von $1 + \gamma$ mit η_1 und ξ_1, wie er auf S. 9 Formel (14) gegeben ist und ferner die Relation zwischen $\frac{d\gamma}{dt}$ und ξ_1 und η_1 [S. 9 Formel (15)].

[1]) Siehe Formel (23) S. 11 und „Die Bahnbestimmung der Himmelskörper“ von Bauschinger, S. 513.

Aus den Formeln ersieht man die Bedeutung der Integrale *II* und *III* leicht. v. Oppolzer behält als Grundebene die Bahnebene zur Zeit der Ausgangsepoche bei. Hansen läßt diese Ebene an der Drehung um die große Halbachse der Bahn teilnehmen. Daher rühren die kleinen Unterschiede in den Formeln. Die Zurückführung der Differentialgleichung zweiter Ordnung für die dritte Koordinate auf zwei Differentialgleichungen erster Ordnung bringt es mit sich, daß statt der bei der Methode der Variation der Elemente gebräuchlichen Formen für die störenden Kräfte $(S\,T\,W)$, die auf den momentanen Radiusvektor bezogen sind, hier die störenden Kräfte auf das feste rechtwinklige Koordinatensystem, dessen X-Achse durch das Perihelium der als konstant betrachteten Bahn geht, bezogen werden. Die Formeln werden dadurch vereinfacht. Im anderen Falle würde außerdem noch die Symmetrie leiden. Derartige Gründe mögen auch wohl bei der ersten Methode Oppolzers maßgebend gewesen sein. Für die praktische Rechnung ist es nicht bequem, einmal die Größen X und Y, das anderemal $\frac{X}{1+\gamma}$ und $\frac{Y}{1+\gamma}$ zu verwenden.

Daß bei Bahnen mit mäßiger Exzentrizität die Oppolzersche Methode etwa dieselbe Arbeit verlangt, wie die der Variation der Elemente, ist an sich klar. Anders liegt die Sache bei Bahnen mit geringer Exzentrizität, wo ihr der Vorzug gebührt. Man braucht nie auf oskulierende Elemente überzugehen, aus dem einfachen Grunde, weil man die zur Rechnung notwendige Verbindung der Elemente für die neue Epoche bereits durch die Integration erhalten hat, während man sie bei der Methode der Variation der Elemente erst herstellen muß. Bei der praktischen Rechnung wird es vielleicht einfacher, wenn auch weniger genau sein, die Differentialgleichung zweiter Ordnung für die dritte Koordinate unverändert beizubehalten, oder auch die feste Grundebene aufzugeben und direkt die Störungen in Knoten und Neigung zu berechnen, also nur die Ausgangsellipse beizubehalten und dann dementsprechend die Schlußformeln zu ändern. Erwähnt möge noch werden, daß v. Oppolzer in dem Rechnungsbeispiel, das dem Planeten (237) Cölestina angehört, das Formelsystem 1 (S. 12) nicht verwendet, sondern die Formeln 6) und 11), Seite 159 und 160 seines „Lehrbuchs usw.“, Teil II. Die Rechnung wird dadurch einfacher. Außerdem macht er ausgiebigen Gebrauch von Additions- und Subtraktionslogarithmen, wodurch einerseits die Genauigkeit der Rechnung erhöht wird und andrerseits der beständige Übergang von Logarithmen zu Zahlen und umgekehrt vermieden wird. Bei den hier auftretenden kleinen Größen weiß man nie genau, wie viele Dezimalstellen man später gebrauchen muß.

II. Störungen durch Jupiter und Saturn.

In den folgenden Tabellen habe ich die Störungen, die die Bahn von Thule durch Jupiter und Saturn in den Jahren 1888 bis 1907 erlitten hat, zusammengestellt. Der Störungsrechnung liegen folgende Elemente zugrunde:

Oskulationsepoche	1891 Februar 0.0		1894 Juni 4.0		1897 Oktober 26.0	
L	102° 7′ 7″.08	1890.0	238° 24′ 44″.08	1890.0	16° 58′ 32″.75	1900.0
π	308° 44′ 42″.00		308° 51′ 54″.86		308° 16′ 16″.78	
Ω	75° 26′ 12″.10		75° 25′ 39″.53		75° 31′ 5″.43	
i	2° 22′ 34″.20		2° 22′ 29″.42		2° 22′ 28″.08	
φ	4° 43′ 14″.20		4° 37′ 7″.65		4° 36′ 37″.13	
μ	403″.1860		402″.24751		402°.30612	

Die Elementenstörungen wurden mit oskulierenden Elementen für alle Erscheinungen von 1888 bis 1908 gerechnet. Zur Kontrolle rechnete ich Störungen in den rechtwinkligen Ekliptikalkoordinaten nach Enckes Methode für die Zeit vom 1888 November 2 bis 1894 Juli 14. Aus den auf Seite 33 angegebenen Gründen wurden von 1891 Februar 20 bis 1894 Juli 14 die Störungen nochmals nach der ersten Methode Oppolzers und von 1894 Juli 14 bis 1897 Oktober 26 nach der zweiten Methode gerechnet. Da die gestörten Koordinaten und Geschwindigkeiten des Planeten nach den verschiedenen Rechnungen übereinstimmten, halte ich Fehler in diesem Teile der Störungsrechnung für ausgeschlossen. Zur Sicherheit wurden noch für 1894 Juni 4.0 und 1897 Oktober 26.0 die Koordinatenstörungen in Elementenstörungen umgesetzt. Von 1897 Oktober 26.0 an hielt ich eine Kontrolle durch Bildung der Differenzreihen für aus-

reichend. Als Störungsintervall habe ich durchgehends 40^d angenommen. Die Rechnung ist allenthalben mit sechsstelligen Logarithmen sowohl für die Jupiter- als auch für die Saturnstörungen durchgeführt worden. Die Koordinaten der störenden Planeten wurden dem Berliner Astronomischen Jahrbuch entnommen. Für die Maße des Jupiter wurde der Wert $\frac{1}{1047.35}$, für die des Saturn $\frac{1}{3501.6}$ angenommen. Die Störungen in den Elementen findet man aus der Tabelle in bekannter Weise durch einmalige mechanische Quadratur. Zu der Störung in $\bar{L}_o$ hat man noch das Doppelintegral $\iint_{t_o}^{t_i} \frac{d\mu}{dt}\, dt^2$ hinzuzufügen, um die Störung in der mittleren Länge zu erhalten. Bei der Rechnung wurden die Formelsysteme aus Bauschingers Lehrbuch, „Die Bahnbestimmung der Himmelskörper", Seite 502 und 547, verwendet.

Elementenstörungen durch Jupiter.

		$40\, di/dt$	$40\, d\Omega/dt$	$40\, d\varphi/dt$	$40\, d\pi/dt$	$40\, d\bar{L}_o/dt$	$40^2\, d\mu/dt$
1888	Novbr. 2	— 0.″035	+ 1.″280	+ 6.″476	+ 128.″304	— 3.″843	— 1.″51013
	Dezbr. 12	— 0.046	+ 1.388	+ 5.843	+ 132.922	— 4.375	— 1.50162
1889	Januar 21	— 0.057	+ 1.470	+ 5.184	+ 137.013	— 4.893	— 1.49161
	März 2	— 0.069	+ 1.518	+ 4.503	+ 140.578	— 5.396	— 1.48037
	April 11	— 0.082	+ 1.530	+ 3.803	+ 143.588	— 5.883	— 1.46813
	Mai 21	— 0.095	+ 1.504	+ 3.088	+ 146.070	— 6.355	— 1.45514
	Juni 30	— 0.108	+ 1.439	+ 2.361	+ 148.020	— 6.812	— 1.44163
	August 9	— 0.122	+ 1.334	+ 1.625	+ 149.441	— 7.254	— 1.42777
	Septbr. 18	— 0.135	+ 1.190	+ 0.881	+ 150.335	— 7.679	— 1.41370
	Oktober 28	— 0.147	+ 1.006	+ 0.133	+ 150.709	— 8.088	— 1.39962
	Dezbr. 7	— 0.159	+ 0.786	— 0.616	+ 150.558	— 8.484	— 1.38556
1890	Januar 16	— 0.170	+ 0.532	— 1.368	+ 149.886	— 8.859	— 1.37173
	Februar 25	— 0.179	+ 0.246	— 2.117	+ 148.692	— 9.220	— 1.35816
	April 6	— 0.187	— 0.067	— 2.862	+ 146.971	— 9.564	— 1.34489
	Mai 16	— 0.194	— 0.402	— 3.601	+ 144.720	— 9.894	— 1.33199
	Juni 25	— 0.199	— 0.755	— 4.332	+ 141.940	— 10.206	— 1.31953
	August 4	— 0.202	— 1.119	— 5.052	+ 138.624	— 10.502	— 1.30750
	Septbr. 13	— 0.203	— 1.490	— 5.759	+ 134.769	— 10.781	— 1.29592
	Oktober 23	— 0.203	— 1.859	— 6.449	+ 130.376	— 11.046	— 1.28479
	Dezbr. 2	— 0.200	— 2.222	— 7.119	+ 125.442	— 11.290	— 1.27409
1891	Januar 11	— 0.195	— 2.572	— 7.766	+ 119.972	— 11.520	— 1.26380
	Februar 20	— 0.189	— 2.901	— 8.387	+ 113.972	— 11.734	— 1.25395
	April 1	— 0.181	— 3.205	— 8.977	+ 107.450	— 11.932	— 1.24436
	Mai 11	— 0.171	— 3.478	— 9.534	+ 100.426	— 12.114	— 1.23514
	Juni 20	— 0.159	— 3.713	— 10.053	+ 92.913	— 12.280	— 1.22615
	Juli 30	— 0.147	— 3.907	— 10.530	+ 84.941	— 12.432	— 1.21734
	Septbr. 8	— 0.133	— 4.056	— 10.962	+ 76.532	— 12.568	— 1.20865
	Oktober 18	— 0.119	— 4.157	— 11.346	+ 67.731	— 12.691	— 1.19999
	Novbr. 27	— 0.104	— 4.207	— 11.677	+ 58.578	— 12.799	— 1.19134
1892	Januar 6	— 0.089	— 4.206	— 11.952	+ 49.121	— 12.894	— 1.18256
	Februar 15	— 0.073	— 4.154	— 12.170	+ 39.416	— 12.977	— 1.17359
	März 26	— 0.059	— 4.051	— 12.327	+ 29.522	— 13.048	— 1.16433
	Mai 5	— 0.046	— 3.899	— 12.422	+ 19.500	— 13.108	— 1.15469
	Juni 14	— 0.031	— 3.703	— 12.453	+ 9.428	— 13.158	— 1.14452
	Juli 24	— 0.019	— 3.465	— 12.420	— 0.627	— 13.197	— 1.13378
	Septbr. 2	— 0.009	— 3.190	— 12.323	— 10.589	— 13.232	— 1.12237
	Oktober 12	+ 0.000	— 2.885	— 12.162	— 20.379	— 13.257	— 1.11014
	Novbr. 21	+ 0.008	— 2.556	— 11.940	— 29.921	— 13.276	— 1.09700
	Dezbr. 31	+ 0.013	— 2.209	— 11.659	— 39.138	— 13.288	— 1.08284
1893	Februar 9	+ 0.017	— 1.851	— 11.321	— 47.957	— 13.296	— 1.06756
	März 21	+ 0.018	— 1.491	— 10.930	— 56.305	— 13.300	— 1.05103

		$40\ di/dt$	$40\ d\Omega/dt$	$40\ d\varphi/dt$	$40\ d\pi/dt$	$40\ d\overline{L}_o/dt$	$40^2\ d\mu/dt$
1893	April 30	+ 0.″017	— 1.″138	—10.″492	— 64.″123	— 13.″301	— 1.″03315
	Juni 9	+ 0.015	— 0.792	—10.010	— 71.348	— 13.300	— 1.01379
	Juli 19	+ 0.011	— 0.467	— 9.492	— 77.932	— 13.296	— 0.99287
	August 28	+ 0.004	— 0.168	— 8.942	— 83.828	— 13.291	— 0.97026
	Oktober 7	— 0.003	+ 0.100	— 8.369	— 88.955	— 13.286	— 0.94584
	Novbr. 16	— 0.012	+ 0.330	— 7.778	— 93.386	— 13.280	— 0.91958
	Dezbr. 26	— 0.022	+ 0.521	— 7.177	— 97.056	— 13.273	— 0.89133
1894	Februar 4	— 0.033	+ 0.664	— 6.572	— 99.971	— 13.266	— 0.86102
	März 16	— 0.045	+ 0.761	— 5.971	— 102.144	— 13.258	— 0.82856
	April 25	— 0.057	+ 0.809	— 5.380	— 103.603	— 13.250	— 0.79390
	Juni 4	— 0.069	+ 0.807	— 4.810	— 104.385	— 13.241	— 0.75707
	Juli 14	— 0.080	+ 0.757	— 4.286	— 104.453	— 13.235	— 0.71921
	August 23	— 0.092	+ 0.658	— 3.768	— 104.024	— 13.219	— 0.67757
	Oktober 2	— 0.102	+ 0.513	— 3.284	— 103.102	— 13.205	— 0.63385
	Novbr. 11	— 0.111	+ 0.326	— 2.839	— 101.737	— 13.189	— 0.58775
	Dezbr. 21	— 0.119	+ 0.100	— 2.436	— 100.021	— 13.169	— 0.53940
1895	Januar 30	— 0.126	— 0.159	— 2.077	— 98.054	— 13.146	— 0.48890
	März 11	— 0.131	— 0.446	— 1.764	— 95.894	— 13.118	— 0.43634
	April 20	— 0.134	— 0.753	— 1.497	— 93.677	— 13.084	— 0.38186
	Mai 30	— 0.136	— 1.076	— 1.273	— 91.477	— 13.044	— 0.32565
	Juli 9	— 0.135	— 1.408	— 1.092	— 89.390	— 12.998	— 0.26789
	August 18	— 0.133	— 1.741	— 0.948	— 87.476	— 12.942	— 0.20870
	Septbr. 27	— 0.129	— 2.070	— 0.837	— 85.835	— 12.879	— 0.14844
	Novbr. 6	— 0.122	— 2.388	— 0.755	— 84.520	— 12.807	— 0.08744
	Dezbr. 16	— 0.114	— 2.696	— 0.694	— 83.584	— 12.723	— 0.02587
1896	Januar 25	— 0.105	— 2.966	— 0.647	— 83.061	— 12.636	+ 0.00360
	März 5	— 0.094	— 3.216	— 0.607	— 82.985	— 12.536	+ 0.00978
	April 14	— 0.080	— 3.433	— 0.568	— 83.324	— 12.424	+ 0.15940
	Mai 24	— 0.069	— 3.616	— 0.523	— 84.091	— 12.301	+ 0.22026
	Juli 3	— 0.057	— 3.759	— 0.460	— 85.273	— 12.173	+ 0.27978
	August 12	— 0.041	— 3.862	— 0.379	— 86.813	— 12.033	+ 0.33844
	Septbr. 21	— 0.026	— 3.923	— 0.271	— 88.655	— 11.882	+ 0.39569
	Oktober 31	— 0.011	— 3.949	— 0.133	— 90.749	— 11.722	+ 0.45131
	Dezbr. 10	+ 0.003	— 3.923	+ 0.040	— 93.019	— 11.553	+ 0.50513
1897	Januar 14	+ 0.018	— 3.863	+ 0.250	— 95.395	— 11.376	+ 0.55699
	Februar 28	+ 0.031	— 3.764	+ 0.501	— 97.802	11.191	+ 0.60683
	April 9	+ 0.044	— 3.631	+ 0.790	— 100.148	— 10.998	+ 0.65449
	Mai 19	+ 0.056	— 3.466	+ 1.119	— 102.373	— 10.799	+ 0.70001
	Juni 28	+ 0.067	— 3.273	+ 1.487	— 104.398	— 10.594	+ 0.74327
	August 7	+ 0.076	— 3.057	+ 1.891	— 106.152	— 10.382	+ 0.78447
	Septbr. 16	+ 0.084	— 2.820	+ 2.329	— 107.576	— 10.167	+ 0.82338
	Oktober 26	+ 0.090	— 2.570	+ 2.797	— 108.612	— 9.948	+ 0.86021
	Dezbr. 5	+ 0.096	— 2.311	+ 3.291	— 109.078	— 9.737	+ 0.89259
1898	Januar 14	+ 0.099	— 2.043	+ 3.810	— 109.205	— 9.515	+ 0.92552
	Februar 23	+ 0.101	1.774	+ 4.347	— 108.827	9.288	+ 0.95659
	April 4	+ 0.102	— 1.508	+ 4.898	— 107.902	— 9.058	+ 0.98598
	Mai 14	+ 0.101	— 1.248	+ 5.460	— 106.426	— 8.827	+ 1.01377
	Juni 23	+ 0.099	— 1.000	+ 6.028	— 104.377	— 8.595	+ 1.03999
	August 2	+ 0.096	— 0.767	+ 6.596	— 101.757	— 8.364	+ 1.06488
	Septbr. 11	+ 0.091	— 0.553	+ 7.163	— 98.555	— 8.133	+ 1.08848
	Oktober 21	+ 0.085	— 0.360	+ 7.721	— 94.778	— 7.900	+ 1.11095
	Novbr. 30	+ 0.079	— 0.191	+ 8.268	— 90.439	— 7.670	+ 1.13241
1899	Januar 9	+ 0.071	— 0.049	+ 8.801	— 85.542	— 7.440	+ 1.15292
	Februar 18	+ 0.063	+ 0.065	+ 9.313	— 80.115	— 7.210	+ 1.17263
	März 30	+ 0.054	+ 0.148	+ 9.803	— 74.170	— 6.984	+ 1.19163

		$40\ di/dt$	$40\ d\Omega/dt$	$40\ d\varphi/dt$	$40\ d\pi/dt$	$40\ d\overline{L}_o/dt$	$40^2\ d\mu/dt$
1899	Mai 9	+ 0″.044	+ 0″.201	+ 10″.268	— 67″.729	— 6″.757	+ 1″.21004
	Juni 18	+ 0.035	+ 0.221	+ 10.703	60.820	— 6.534	+ 1.22787
	Juli 28	+ 0.026	+ 0.209	+ 11.105	— 53.471	— 6.306	+ 1.24539
	Septbr. 6	+ 0.017	+ 0.165	+ 11.473	45.709	— 6.083	+ 1.26248
	Oktober 16	+ 0.007	+ 0.089	+ 11.802	— 37.565	— 5.861	+ 1.27927
	Novbr. 25	— 0.001	0.017	+ 12.092	— 29.076	— 5.640	+ 1.29585
1900	Januar 4	— 0.009	0.152	+ 12.338	20.274	5.419	+ 1.31228
	Februar 13	0.017	0.313	+ 12.541	11.196	5.198	+ 1.32862
	März 25	0.023	— 0.500	+ 12.697	1.878	— 4.976	+ 1.34488
	Mai 4	0.028	0.708	+ 12.804	+ 7.640	4.756	+ 1.36114
	Juni 13	0.033	0.935	+ 12.861	+ 17.316	4.534	+ 1.37743
	Juli 23	0.037	1.176	+ 12.865	+ 27.110	4.311	+ 1.39376
	Septbr. 1	0.039	1.429	+ 12.817	+ 36.980	— 4.086	+ 1.41016
	Oktober 11	0.039	1.694	+ 12.719	+ 46.881	3.859	+ 1.42663
	Novbr. 20	0.038	1.959	+ 12.564	+ 56.769	3.631	+ 1.44323
	Dezbr. 30	0.036	2.224	+ 12.353	+ 66.602	3.399	+ 1.45985
1901	Februar 8	0.033	2.483	+ 12.087	+ 76.326	3.163	+ 1.47659
	März 20	0.027	2.732	+ 11.766	+ 85.892	2.922	+ 1.49336
	April 29	0.022	2.966	+ 11.389	+ 95.254	— 2.677	+ 1.51017
	Juni 8	— 0.014	3.181	+ 10.957	+ 104.370	2.426	+ 1.52697
	Juli 18	0.005	3.380	+ 10.477	+ 113.181	2.169	+ 1.54371
	August 27	+ 0.005	3.538	+ 9.932	+ 121.616	1.899	+ 1.56033
	Oktober 6	+ 0.015	3.666	+ 9.340	+ 129.654	— 1.633	+ 1.57678
	Novbr. 15	+ 0.027	3.762	+ 8.700	+ 137.228	1.353	+ 1.59294
	Dezbr. 25	+ 0.039	3.819	+ 8.012	+ 144.287	1.063	+ 1.60873
1902	Februar 3	+ 0.052	3.838	+ 7.279	+ 150.787	— 0.764	+ 1.62404
	März 15	+ 0.064	3.814	+ 6.504	+ 156.670	— 0.454	+ 1.63873
	April 24	+ 0.077	3.747	+ 5.692	+ 161.883	0.132	+ 1.65265
	Juni 3	+ 0.089	3.638	+ 4.847	+ 166.393	+ 0.198	+ 1.66567
	Juli 13	+ 0.100	3.487	+ 3.971	+ 170.147	+ 0.539	+ 1.67761
	August 22	+ 0.111	3.298	+ 3.073	+ 173.109	+ 0.899	+ 1.68824
	Oktober 1	+ 0.120	3.063	+ 2.158	+ 175.240	+ 1.269	+ 1.69736
	Novbr. 10	+ 0.129	2.811	+ 1.231	+ 176.512	+ 1.655	+ 1.70472
	Dezbr. 20	+ 0.136	2.522	+ 0.300	+ 176.902	+ 2.053	+ 1.71008
1903	Januar 29	+ 0.141	2.211	— 0.627	+ 176.396	+ 2.465	+ 1.71317
	März 10	+ 0.144	1.884	— 1.544	+ 174.986	+ 2.893	+ 1.71366
	April 19	+ 0.146	1.546	— 2.412	+ 172.671	+ 3.335	+ 1.71136
	Mai 29	+ 0.145	1.206	— 3.312	+ 169.480	+ 3.791	+ 1.70572
	Juli 8	+ 0.143	0.871	— 4.144	+ 165.438	+ 4.263	+ 1.69661
	August 17	+ 0.139	0.549	— 4.934	+ 160.589	+ 4.749	+ 1.68363
	Septbr. 26	+ 0.133	0.248	— 5.668	+ 154.983	+ 5.248	+ 1.66642
	Novbr. 5	+ 0.125	+ 0.030	— 6.341	+ 148.713	+ 5.759	+ 1.64471
	Dezbr. 15	+ 0.116	+ 0.273	— 6.945	+ 141.861	+ 6.285	+ 1.61808
1904	Januar 24	+ 0.105	+ 0.479	7.473	+ 134.537	+ 6.822	+ 1.58627
	März 4	+ 0.094	+ 0.639	7.920	+ 126.866	+ 7.370	+ 1.54901
	April 13	+ 0.083	+ 0.766	8.280	+ 118.977	+ 7.929	+ 1.50600
	Mai 23	+ 0.071	+ 0.841	8.555	+ 111.030	+ 8.496	+ 1.45706
	Juli 2	+ 0.059	+ 0.876	— 8.739	+ 103.176	+ 9.072	+ 1.40204
	August 11	+ 0.048	+ 0.868	8.836	+ 95.581	+ 9.652	+ 1.34071
	Septbr. 20	+ 0.038	+ 0.823	8.850	+ 88.412	+ 10.239	+ 1.27310
	Oktober 30	+ 0.029	+ 0.747	8.787	+ 81.814	+ 10.828	+ 1.19931
	Dezbr. 9	+ 0.020	+ 0.646	8.653	+ 75.955	+ 11.419	+ 1.11921
1905	Januar 18	+ 0.014	+ 0.529	— 8.460	+ 70.965	+ 12.011	+ 1.03314
	Februar 27	+ 0.009	+ 0.404	8.217	+ 66.966	+ 12.602	+ 0.94110
	April 8	+ 0.005	+ 0.279	— 7.944	+ 64.052	+ 13.190	+ 0.84348
	Mai 18	+ 0.002	+ 0.164	7.649	+ 62.296	+ 13.773	+ 0.74050
	Juni 27	+ 0.001	+ 0.067	— 7.351	+ 61.736	+ 14.350	+ 0.63254

		$40\,di/dt$	$40\,d\Omega/dt$	$40\,d\varphi/dt$	$40\,d\pi/dt$	$40\,d\overline{L}_0/dt$	$40^2\,d\mu/dt$
1905	August 6	0″.000	— 0″.003	— 7″.066	+ 62″.384	+ 14″.918	+ 0″.51996
	Septbr. 15	0.000	— 0.045	— 6.810	+ 64.231	+ 15.480	+ 0.40318
	Oktober 25	0.000	— 0.050	— 6.600	+ 67.188	+ 16.027	+ 0.28261
	Dezbr. 4	0.000	— 0.016	— 6.451	+ 71.211	+ 16.563	+ 0.15870
1906	Januar 13	— 0.001	+ 0.056	— 6.375	+ 76.173	+ 17.087	+ 0.03187
	Februar 22	— 0.002	+ 0.166	— 6.389	+ 81.952	+ 17.599	— 0.09758
	April 3	— 0.006	+ 0.308	— 6.499	+ 88.395	+ 18.086	— 0.22919
	Mai 13	— 0.011	+ 0.478	— 6.713	+ 95.322	+ 18.561	— 0.36260
	Juni 22	— 0.019	+ 0.667	— 7.048	+ 102.571	+ 19.019	— 0.49762
	August 1	— 0.029	+ 0.865	— 7.497	+ 109.947	+ 19.455	— 0.63395
	Septbr. 10	— 0.042	+ 1.063	— 8.067	+ 117.265	+ 19.873	— 0.77138
	Oktober 20	— 0.058	+ 1.247	— 8.761	+ 124.317	+ 20.268	— 0.90968
	Novbr. 29	— 0.078	+ 1.406	— 9.576	+ 130.941	+ 20.642	— 1.04877
1907	Januar 8	— 0.100	+ 1.525	— 10.507	+ 136.957	+ 20.992	— 1.18879
	Februar 17	— 0.125	+ 1.593	— 11.553	+ 142.185	+ 21.316	— 1.32966
	März 29	— 0.152	+ 1.597	— 12.710	+ 146.492	+ 21.618	— 1.47132
	Mai 8	— 0.182	+ 1.525	— 13.967	+ 149.684	+ 21.891	— 1.61422
	Juni 17	— 0.214	+ 1.367	— 15.320	+ 151.670	+ 22.139	— 1.75840
	Juli 27	— 0.248	+ 1.113	— 16.761	+ 152.308	+ 22.356	— 1.90410
	Septbr. 5	— 0.282	+ 0.757	— 18.283	+ 151.480	+ 22.545	— 2.05163
	Oktober 15	— 0.317	+ 0.292	— 19.876	+ 149.094	+ 22.701	— 2.20152
	Novbr. 24	— 0.352	— 0.287	— 21.533	+ 145.034	+ 22.824	— 2.35396
1908	Januar 3	— 0.386	— 0.981	— 23.246	+ 139.235	+ 22.912	— 2.50974
	Februar 12	— 0.418	— 1.792	— 25.006	+ 131.584	+ 22.962	— 2.66955
	März 23	— 0.449	— 2.718	— 26.806	+ 122.011	+ 22.972	— 2.83382

Elementenstörungen durch Saturn.

		$40\,di/dt$	$40\,d\Omega/dt$	$40\,d\varphi/dt$	$40\,d\pi/dt$	$40\,d\overline{L}_0/dt$	$40^2\,d\mu/dt$
1888	Novbr. 2	+ 0″.005	— 0″.191	— 0″.347	— 10″.074	+ 0″.069	+ 0″.10942
	Dezbr. 12	+ 0.005	— 0.168	— 0.316	— 10.013	+ 0.097	+ 0.10718
1889	Januar 21	+ 0.006	— 0.146	— 0.286	— 9.853	+ 0.186	+ 0.10395
	März 2	+ 0.006	— 0.124	— 0.259	— 9.603	+ 0.274	+ 0.09970
	April 11	+ 0.005	— 0.103	— 0.236	— 9.259	+ 0.360	+ 0.09447
	Mai 21	+ 0.005	— 0.083	— 0.217	— 8.829	+ 0.445	+ 0.08830
	Juni 30	+ 0.005	— 0.064	— 0.205	— 8.318	+ 0.527	+ 0.08117
	August 9	+ 0.004	— 0.048	— 0.200	— 7.736	+ 0.606	+ 0.07311
	Septbr. 18	+ 0.004	— 0.033	— 0.204	— 7.091	+ 0.682	+ 0.06414
	Oktober 28	+ 0.003	— 0.021	— 0.217	— 6.398	+ 0.752	+ 0.05427
	Dezbr. 7	+ 0.002	— 0.012	— 0.240	— 5.666	+ 0.818	+ 0.04351
1890	Januar 16	+ 0.002	— 0.005	— 0.274	— 4.909	+ 0.876	+ 0.03188
	Februar 25	+ 0.001	— 0.001	— 0.320	— 4.142	+ 0.928	+ 0.01939
	April 6	— 0.000	— 0.000	— 0.377	— 3.380	+ 0.972	+ 0.00605
	Mai 16	— 0.001	— 0.002	— 0.447	— 2.635	+ 1.007	— 0.00812
	Juni 25	— 0.002	— 0.006	— 0.530	— 1.928	+ 1.031	— 0.02311
	August 4	— 0.002	— 0.014	— 0.624	— 1.270	+ 1.045	— 0.03889
	Septbr. 13	— 0.003	— 0.024	— 0.731	— 0.679	+ 1.044	— 0.05543
	Oktober 23	— 0.004	— 0.035	— 0.849	— 0.165	+ 1.032	— 0.07272
	Dezbr. 2	— 0.004	— 0.049	— 0.979	+ 0.253	+ 1.002	— 0.09070
1891	Januar 11	— 0.005	— 0.064	— 1.119	+ 0.563	+ 0.956	— 0.10929
	Februar 20	— 0.006	— 0.080	— 1.269	+ 0.754	+ 0.890	— 0.12842

		$40\ di/dt$	$40\ d\Omega/dt$	$40\ d\varphi/dt$	$40\ d\pi/dt$	$40\ d\overline{L}_o/dt$	$40^2\ d\mu/dt$
1891	April 1	— 0.″005	— 0.″096	— 1.″427	+ 0.″816	+ 0.″804	— 0.″14798
	Mai 11	— 0.005	— 0.112	— 1.592	+ 0.741	+ 0.694	— 0.16781
	Juni 20	— 0.005	— 0.126	— 1.761	+ 0.526	+ 0.560	0.18774
	Juli 30	— 0.005	— 0.137	— 1.932	+ 0.170	+ 0.399	— 0.20750
	Septbr. 8	— 0.005	— 0.146	— 2.102	— 0.318	+ 0.208	— 0.22677
	Oktober 18	— 0.004	— 0.149	— 2.269	— 0.927	— 0.013	— 0.24519
	Novbr. 27	— 0.004	— 0.147	— 2.429	— 1.633	— 0.267	— 0.26226
1892	Januar 6	— 0.003	— 0.138	— 2.577	— 2.406	— 0.553	— 0.27744
	Februar 15	— 0.002	— 0.121	— 2.709	— 3.200	— 0.871	— 0.29002
	März 26	— 0.001	— 0.094	— 2.820	— 3.961	— 1.220	— 0.29924
	Mai 5	— 0.001	— 0.057	— 2.906	— 4.624	— 1.597	— 0.30430
	Juni 14	— 0.000	— 0.010	— 2.962	— 5.093	— 1.996	— 0.30413
	Juli 24	+ 0.000	+ 0.047	— 2.985	— 5.303	— 2.408	— 0.29797
	Septbr. 2	+ 0.000	+ 0.114	— 2.972	— 5.148	— 2.824	— 0.28498
	Oktober 12	+ 0.000	+ 0.189	— 2.920	— 4.548	— 3.228	— 0.26446
	Novbr. 21	— 0.001	+ 0.269	— 2.833	— 3.432	— 3.606	— 0.23610
	Dezbr. 31	— 0.002	+ 0.351	— 2.713	— 1.765	— 3.938	— 0.20001
1893	Februar 9	— 0.004	+ 0.430	— 2.567	+ 0.456	— 4.207	— 0.15673
	März 21	— 0.006	+ 0.502	— 2.401	+ 3.179	— 4.397	— 0.10748
	April 30	— 0.009	+ 0.565	— 2.227	+ 6.300	— 4.495	— 0.05381
	Juni 9	— 0.011	+ 0.607	— 2.053	+ 9.664	— 4.491	+ 0.00153
	Juli 19	— 0.014	+ 0.633	— 1.889	+ 13.084	4.385	+ 0.05662
	August 28	— 0.017	+ 0.639	— 1.743	+ 16.368	— 4.185	+ 0.10886
	Oktober 7	— 0.020	+ 0.625	— 1.619	+ 19.309	— 3.898	+ 0.15600
	Novbr. 16	— 0.022	+ 0.592	— 1.518	+ 21.759	— 3.546	+ 0.19628
	Dezbr. 26	— 0.023	+ 0.544	— 1.438	+ 23.598	— 3.144	+ 0.22847
1894	Februar 4	— 0.024	+ 0.484	— 1.377	+ 24.764	— 2.715	+ 0.25198
	März 16	— 0.025	+ 0.417	— 1.329	+ 25.252	— 2.277	+ 0.26683
	April 25	— 0.024	+ 0.347	— 1.289	+ 25.103	— 1.846	+ 0.27351
	Juni 4	— 0.024	+ 0.277	— 1.250	+ 24.386	— 1.437	+ 0.27280
	Juli 14	— 0.022	+ 0.212	— 1.204	+ 23.258	— 1.064	+ 0.26594
	August 23	— 0.021	+ 0.150	— 1.156	+ 21.716	— 0.720	+ 0.25372
	Oktober 2	— 0.019	+ 0.096	— 1.097	+ 19.918	— 0.418	+ 0.23726
	Novbr. 11	— 0.017	+ 0.050	— 1.027	+ 17.967	— 0.157	+ 0.21771
	Dezbr. 21	— 0.015	+ 0.013	— 0.945	+ 15.970	+ 0.063	+ 0.19597
1895	Januar 30	— 0.013	— 0.016	— 0.853	+ 13.993	+ 0.245	+ 0.17287
	März 11	— 0.011	— 0.036	— 0.751	+ 12.106	+ 0.389	+ 0.14907
	April 20	— 0.009	— 0.049	— 0.641	+ 10.363	+ 0.501	+ 0.12512
	Mai 30	— 0.007	— 0.054	— 0.525	+ 8.803	+ 0.582	+ 0.10159
	Juli 9	— 0.005	— 0.053	— 0.407	+ 7.440	+ 0.637	+ 0.07876
	August 18	— 0.003	— 0.046	— 0.286	+ 6.306	+ 0.668	+ 0.05676
	Septbr. 27	— 0.002	— 0.034	— 0.170	+ 5.402	+ 0.678	+ 0.03636
	Novbr. 6	— 0.001	— 0.019	— 0.057	+ 4.708	+ 0.670	+ 0.01717
	Dezbr. 16	— 0.000	— 0.001	+ 0.049	+ 4.225	+ 0.647	— 0.00047
1896	Januar 25	+ 0.001	+ 0.020	+ 0.147	+ 3.908	+ 0.611	— 0.00165
	März 5	+ 0.001	+ 0.042	+ 0.236	+ 3.809	+ 0.563	— 0.03089
	April 14	+ 0.001	+ 0.065	+ 0.314	+ 3.829	+ 0.509	— 0.04361
	Mai 24	+ 0.002	+ 0.087	+ 0.380	+ 3.966	+ 0.446	— 0.05468
	Juli 3	+ 0.002	+ 0.110	+ 0.435	+ 4.195	+ 0.378	— 0.06408
	August 12	+ 0.001	+ 0.132	+ 0.477	+ 4.486	+ 0.306	— 0.07193
	Septbr. 21	+ 0.001	+ 0.152	+ 0.508	+ 4.816	+ 0.231	— 0.07825
	Oktober 31	+ 0.000	+ 0.170	+ 0.529	+ 5.160	+ 0.154	— 0.08307
	Dezbr. 10	— 0.000	+ 0.186	+ 0.538	+ 5.497	+ 0.075	— 0.08660
1897	Januar 14	— 0.001	+ 0.200	+ 0.539	+ 5.809	— 0.003	— 0.08881
	Februar 28	— 0.002	+ 0.211	+ 0.532	+ 6.082	— 0.080	— 0.08984
	April 9	— 0.003	+ 0.220	+ 0.521	+ 6.305	— 0.157	— 0.08977

		$40\,di/dt$	$40\,d\Omega/dt$	$40\,d\varphi/dt$	$40\,d\pi/dt$	$40\,d\bar{L}_o/dt$	$40^2\,d\mu'/dt$
1897	Mai 19	— 0.″004	+ 0.″225	+ 0.″503	+ 6.″468	— 0.″231	— 0.″08870
	Juni 28	— 0.005	+ 0.228	+ 0.482	+ 6.569	— 0.303	— 0.08654
	August 7	— 0.006	+ 0.228	+ 0.459	+ 6.605	— 0.371	— 0.08397
	Septbr. 16	— 0.007	+ 0.225	+ 0.434	+ 6.576	— 0.436	— 0.08049
	Oktober 26	— 0.008	+ 0.218	+ 0.410	+ 6.486	— 0.499	— 0.07640
	Dezbr. 5	— 0.009	+ 0.210	+ 0.387	+ 6.347	— 0.555	— 0.07188
1898	Januar 14	— 0.010	+ 0.199	+ 0.365	+ 6.153	— 0.609	— 0.06681
	Februar 23	— 0.011	+ 0.185	+ 0.347	+ 5.916	— 0.658	— 0.06133
	April 4	— 0.012	+ 0.168	+ 0.332	+ 5.642	— 0.703	— 0.05554
	Mai 14	— 0.013	+ 0.151	+ 0.320	+ 5.348	— 0.743	— 0.04949
	Juni 23	— 0.013	+ 0.131	+ 0.311	+ 5.027	— 0.779	— 0.04323
	August 2	— 0.014	+ 0.109	+ 0.307	+ 4.702	— 0.810	— 0.03682
	Septbr. 11	— 0.015	+ 0.086	+ 0.307	+ 4.372	— 0.836	— 0.03030
	Oktober 21	— 0.015	+ 0.062	+ 0.311	+ 4.059	— 0.858	— 0.02373
	Novbr. 30	— 0.015	+ 0.036	+ 0.318	+ 3.760	— 0.875	— 0.01714
1899	Januar 9	— 0.015	+ 0.010	+ 0.329	+ 3.475	— 0.887	— 0.01056
	Februar 18	— 0.015	— 0.016	+ 0.343	+ 3.223	— 0.894	— 0.00402
	März 30	— 0.015	— 0.043	+ 0.360	+ 3.012	— 0.896	+ 0.00245
	Mai 9	— 0.015	— 0.069	+ 0.379	+ 2.831	— 0.895	+ 0.00882
	Juni 18	— 0.015	— 0.095	+ 0.399	+ 2.692	— 0.889	+ 0.01505
	Juli 28	— 0.015	— 0.121	+ 0.422	+ 2.588	— 0.877	+ 0.02117
	Septbr. 6	— 0.015	— 0.146	+ 0.446	+ 2.534	— 0.863	+ 0.02711
	Oktober 16	— 0.014	— 0.170	+ 0.470	+ 2.522	— 0.843	+ 0.03286
	Novbr. 25	— 0.014	— 0.193	+ 0.494	+ 2.555	— 0.820	+ 0.03840
1900	Januar 4	— 0.013	— 0.215	+ 0.517	+ 2.633	— 0.793	+ 0.04375
	Februar 13	— 0.013	— 0.235	+ 0.540	+ 2.751	— 0.762	+ 0.04884
	März 25	— 0.012	— 0.254	+ 0.561	+ 2.907	— 0.727	+ 0.05368
	Mai 4	— 0.011	— 0.270	+ 0.579	+ 3.099	— 0.689	+ 0.05824
	Juni 13	— 0.010	— 0.283	+ 0.597	+ 3.320	— 0.646	+ 0.06251
	Juli 23	— 0.009	— 0.297	+ 0.610	+ 3.570	— 0.601	+ 0.06646
	Septbr. 1	— 0.008	— 0.308	+ 0.622	+ 3.841	— 0.552	+ 0.07008
	Oktober 11	— 0.007	— 0.316	+ 0.629	+ 4.126	— 0.501	+ 0.07335
	Novbr. 20	— 0.006	— 0.321	+ 0.634	+ 4.421	— 0.447	+ 0.07623
	Dezbr. 30	— 0.005	— 0.323	+ 0.634	+ 4.717	— 0.390	+ 0.07871
1901	Februar 8	— 0.004	— 0.324	+ 0.631	+ 5.007	— 0.330	+ 0.08074
	März 20	— 0.003	— 0.321	+ 0.624	+ 5.286	— 0.269	+ 0.08230
	April 29	— 0.002	— 0.317	+ 0.614	+ 5.543	— 0.205	+ 0.08338
	Juni 8	— 0.001	— 0.309	+ 0.600	+ 5.769	— 0.140	+ 0.08391
	Juli 18	— 0.000	— 0.299	+ 0.582	+ 5.958	— 0.074	+ 0.08387
	August 27	+ 0.000	— 0.287	+ 0.562	+ 6.101	— 0.007	+ 0.08321
	Oktober 6	+ 0.001	— 0.272	+ 0.539	+ 6.190	+ 0.060	+ 0.08190
	Novbr. 15	+ 0.002	— 0.255	+ 0.513	+ 6.211	+ 0.128	+ 0.07985
	Dezbr. 25	+ 0.002	— 0.236	+ 0.486	+ 6.160	+ 0.196	+ 0.07703
1902	Februar 3	+ 0.003	— 0.215	+ 0.459	+ 6.028	+ 0.263	+ 0.07339
	März 15	+ 0.003	— 0.192	+ 0.431	+ 5.810	+ 0.329	+ 0.06890
	April 24	+ 0.003	— 0.169	+ 0.404	+ 5.493	+ 0.392	+ 0.06344
	Juni 3	+ 0.003	— 0.144	+ 0.379	+ 5.075	+ 0.453	+ 0.05697
	Juli 13	+ 0.003	— 0.118	+ 0.358	+ 4.553	+ 0.510	+ 0.04941
	August 22	+ 0.003	— 0.093	+ 0.341	+ 3.918	+ 0.561	+ 0.04069
	Oktober 1	+ 0.003	— 0.068	+ 0.331	+ 3.172	+ 0.607	+ 0.03079
	Novbr. 10	+ 0.002	— 0.043	+ 0.327	+ 2.318	+ 0.646	+ 0.01961
	Dezbr. 20	+ 0.001	— 0.021	+ 0.335	+ 1.356	+ 0.676	+ 0.00711
1903	Januar 29	+ 0.000	— 0.000	+ 0.350	+ 0.293	+ 0.696	— 0.00675
	März 10	— 0.001	+ 0.017	+ 0.379	— 0.861	+ 0.704	— 0.02195
	April 19	— 0.003	+ 0.030	+ 0.421	— 2.089	+ 0.698	— 0.03848
	Mai 29	— 0.005	+ 0.038	+ 0.477	— 3.383	+ 0.674	— 0.05634

		$40\,di/dt$	$40\,d\Omega/dt$	$40\,d\varphi/dt$	$40\,d\pi/dt$	$40\,d\bar{L}_o/dt$	$40^2\,d\mu/dt$
1903	Juli 8	— 0.″007	+ 0.″040	+ 0.″548	— 4.″711	+ 0.″633	— 0.″07534
	August 17	— 0.008	+ 0.033	+ 0.633	— 6.051	+ 0.569	— 0.09529
	Septbr. 26	— 0.011	+ 0.021	+ 0.733	— 7.379	+ 0.479	— 0.11594
	Novbr. 5	— 0.014	0.003	+ 0.842	— 8.658	+ 0.363	— 0.13687
	Dezbr. 15	— 0.016	— 0.038	+ 0.962	— 9.859	+ 0.216	— 0.15747
1904	Januar 24	— 0.019	— 0.086	+ 1.086	— 10.950	+ 0.037	— 0.17705
	März 4	— 0.021	— 0.145	+ 1.207	— 11.905	— 0.178	— 0.19468
	April 13	— 0.024	— 0.218	+ 1.318	— 12.705	— 0.426	— 0.20923
	Mai 23	— 0.026	— 0.304	+ 1.409	— 13.347	— 0.707	— 0.21940
	Juli 2	— 0.027	— 0.400	+ 1.469	— 13.843	— 1.017	— 0.22379
	August 11	— 0.028	— 0.504	+ 1.489	— 14.219	— 1.345	— 0.22097
	Septbr. 20	— 0.028	— 0.613	+ 1.458	— 14.532	— 1.682	— 0.20971
	Oktober 30	— 0.028	— 0.720	+ 1.370	— 14.850	— 2.011	— 0.18914
	Dezbr. 9	— 0.026	— 0.819	+ 1.223	— 15.248	— 2.312	— 0.15907
1905	Januar 18	— 0.023	— 0.904	+ 1.022	— 15.802	— 2.565	— 0.12013
	Februar 27	— 0.020	— 0.966	+ 0.776	— 16.556	— 2.753	— 0.07387
	April 8	— 0.016	— 1.003	+ 0.505	— 17.523	— 2.854	— 0.02276
	Mai 18	— 0.012	— 1.009	+ 0.221	— 18.644	— 2.865	+ 0.03010
	Juni 27	— 0.008	— 0.987	— 0.046	— 19.877	— 2.784	+ 0.08142
	August 6	— 0.003	— 0.939	— 0.281	— 21.099	— 2.618	+ 0.12812
	Septbr. 15	— 0.000	— 0.869	— 0.470	— 22.188	— 2.380	+ 0.16778
	Oktober 25	+ 0.003	— 0.781	— 0.607	— 23.032	— 2.093	+ 0.19882
	Dezbr. 4	+ 0.005	— 0.685	— 0.694	— 23.545	— 1.767	+ 0.22065
1906	Januar 13	+ 0.007	— 0.595	— 0.730	— 23.676	— 1.436	+ 0.23339
	Februar 22	+ 0.007	— 0.495	— 0.728	— 23.404	— 1.101	+ 0.23787
	April 3	+ 0.008	— 0.406	— 0.696	— 22.757	— 0.783	+ 0.23525
	Mai 13	+ 0.008	— 0.326	— 0.644	— 21.771	— 0.488	+ 0.22684
	Juni 22	+ 0.007	— 0.256	— 0.582	— 20.498	— 0.222	+ 0.21394
	August 1	+ 0.007	— 0.196	— 0.516	— 19.005	+ 0.012	+ 0.19779
	Septbr. 10	+ 0.006	— 0.147	— 0.455	— 17.353	+ 0.214	+ 0.17946
	Oktober 20	+ 0.005	— 0.106	— 0.398	— 15.604	+ 0.384	+ 0.15982
	Novbr. 29	+ 0.004	— 0.075	— 0.353	— 13.818	+ 0.524	+ 0.13963
1907	Januar 8	+ 0.003	— 0.050	— 0.319	— 12.020	+ 0.637	+ 0.11922
	Februar 17	+ 0.003	— 0.032	— 0.296	— 10.278	+ 0.723	+ 0.09928
	März 29	+ 0.002	— 0.019	— 0.287	— 8.605	+ 0.788	+ 0.07992
	Mai 8	+ 0.001	— 0.010	— 0.287	— 7.034	+ 0.832	+ 0.06151
	Juni 17	+ 0.001	— 0.005	— 0.298	— 5.578	+ 0.858	+ 0.04404
	Juli 27	+ 0.000	0.002	— 0.320	— 4.252	+ 0.868	+ 0.02765
	Septbr. 5	+ 0.000	— 0.000	— 0.348	— 3.065	+ 0.865	+ 0.01237
	Oktober 15	— 0.000	+ 0.000	— 0.383	— 2.019	+ 0.851	— 0.00179
	Novbr. 24	— 0.000	0.000	— 0.423	— 1.118	+ 0.825	— 0.01481
1908	Januar 3	— 0.000	— 0.000	— 0.466	— 0.353	+ 0.790	— 0.02674
	Februar 12	— 0.000	— 0.000	— 0.512	+ 0.271	+ 0.748	— 0.03761
	März 23	+ 0.000	+ 0.000	— 0.559	+ 0.763	+ 0.698	— 0.04744

Störungen in den rechtwinkligen Ekliptikalkoordinaten durch Jupiter und Saturn.

(Einheit: siebente Dezimale.)

	$d^2\xi/dt^2$	*If*	*IIf*	$d^2\eta/dt^2$	*If*	*IIf*	$d^2\zeta/dt^2$	*If*	*IIf*
1888 Septbr. 23			−12826.10			+17262.60			+194.39
		+ 670.98			− 1194.45			− 14.79	
Novbr. 2	− 34.03		−12155.12	− 52.87		+16068.15	+ 3.14		+179.60
		+ 636.95			− 1247.32			− 11.65	
Dezbr. 12	− 7.72		−11518.17	− 36.55		+14820.83	+ 1.84		+167.95
		+ 629.23			− 1283.87			− 9.81	
1889 Januar 21	+ 11.40		−10888.94	− 17.64		+13536.96	+ 0.86		+158.14
		+ 640.63			− 1301.51			− 8.95	
März 2	+ 23.77		−10248.31	+ 2.33		+12235.45	+ 0.16		+149.19
		+ 664.40			− 1299.18			− 8.79	
April 11	+ 30.08		− 9583.91	+ 22.10		+10936.27	− 0.31		+140.40
		+ 694.48			− 1277.08			− 9.10	
Mai 21	+ 31.05		− 8889.43	+ 40.65		+ 9659.19	− 0.54		+131.30
		+ 725.53			− 1236.43			− 9.64	
Juni 30	+ 27.61		− 8163.90	+ 57.25		+ 8422.76	− 0.63		+121.66
		+ 753.14			− 1179.18			− 10.27	
August 9	+ 20.61		− 7410.76	+ 71.41		+ 7243.58	− 0.58		+111.39
		+ 773.75			− 1107.77			− 10.85	
Septbr. 18	+ 10.93		− 6637.01	+ 82.76		+ 6135.81	− 0.44		+100.54
		+ 784.68			− 1025.01			− 11.29	
Oktober 28	− 0.62		− 5852.33	+ 91.26		+ 5110.80	− 0.24		+ 89.25
		+ 784.06			− 933.75			− 11.53	
Dezbr. 7	− 13.34		− 5068.27	+ 96.92		+ 4177.05	− 0.01		+ 77.72
		+ 770.72			− 836.83			− 11.54	
1890 Januar 16	− 26.61		− 4297.55	+ 99.90		+ 3340.22	+ 0.25		+ 66.18
		+ 744.11			− 736.93			− 11.29	
Februar 25	− 39.88		− 3553.44	+100.42		+ 2603.29	+ 0.51		+ 54.89
		+ 704.23			− 636.51			− 10.78	
April 6	− 52.75		− 2849.21	+ 98.79		+ 1966.78	+ 0.76		+ 44.11
		+ 651.48			− 537.72			− 10.02	
Mai 16	− 64.89		− 2197.73	+ 95.33		+ 1429.06	+ 0.96		+ 34.09
		+ 586.59			− 442.39			− 9.06	
Juni 25	− 76.10		− 1611.14	+ 90.42		+ 986.67	+ 1.15		+ 25.03
		+ 510.49			− 351.97			− 7.90	
August 4	− 86.20		− 1100.65	+ 84.43		+ 634.70	+ 1.31		+ 17.13
		+ 424.29			− 267.54			− 6.59	
Septbr. 13	− 95.18		− 676.36	+ 77.70		+ 367.16	+ 1.47		+ 10.54
		+ 329.11			− 189.84			− 5.12	
Oktober 23	− 103.05		− 347.25	+ 70.55		+ 177.32	+ 1.60		+ 5.42
		+ 226.06			− 119.29			− 3.52	
Dezbr. 2	− 109.92		− 121.19	+ 63.32		+ 58.03	+ 1.70		+ 1.90
		+ 116.14			− 55.97			− 1.82	
1891 Januar 11	− 115.92		− 5.05	+ 56.25		+ 2.06	+ 1.82		+ 0.08
		+ 0.22			+ 0.28			− 0.00	
Februar 20	− 121.23		− 4.83	+ 49.58		+ 2.34	+ 1.94		+ 0.08
		− 121.01			+ 49.86			+ 1.94	
April 1	− 126.11		− 125.84	+ 43.49		+ 52.20	+ 2.08		+ 2.02
		− 247.12			+ 93.35			+ 4.02	
Mai 11	− 130.87		− 372.96	+ 38.10		+ 145.55	+ 2.26		+ 6.04
		− 377.99			+ 131.45			+ 6.28	
Juni 20	− 135.78		− 750.95	+ 33.54		+ 277.00	+ 2.49		+ 12.32
		− 513.77			+ 164.99			+ 8.77	
Juli 30	− 141.21		− 1264.72	+ 29.80		+ 441.99	+ 2.77		+ 21.09
		− 654.98			+ 194.79			+ 11.54	

	$d^2\xi/dt^2$	If	IIf	$d^2\eta/dt^2$	If	IIf	$d^2\zeta/dt^2$	If	IIf
1891 Septbr. 8	— 147.49		— 1 919.70	+ 26.85		+ 636.78	+ 3.14		+ 32.63
		— 802.47			+ 221.64			+ 14.68	
Oktober 18	— 155.00		— 2 722.17	+ 24.58		+ 858.42	+ 3.59		+ 47.31
		— 957.47			+ 246.22			+ 18.27	
Novbr. 27	— 164.11		— 3 679.64	+ 22.83		+ 1104.64	+ 4.18		+ 65.58
		— 1121.58			+ 269.05			+ 22.45	
1892 Januar 6	— 175.19		— 4 801.22	+ 21.34		+ 1373.69	+ 4.82		+ 88.03
		— 1296.77			+ 290.39			+ 27.27	
Februar 15	— 188.58		— 6 097.99	+ 19.79		+ 1664.08	+ 5.62		+ 115.30
		— 1485.35			+ 310.18			+ 32.89	
März 26	— 204.60		— 7 583.34	+ 17.76		+ 1974.26	+ 6.54		+ 148.19
		— 1689.95			+ 327.94			+ 39.43	
Mai 5	— 223.56		— 9 273.29	+ 14.75		+ 2302.20	+ 7.61		+ 187.62
		— 1913.51			+ 342.69			+ 47.04	
Juni 14	— 245.66		— 11 186.80	+ 10.12		+ 2644.89	+ 8.81		+ 234.66
		— 2159.17			+ 352.81			+ 55.85	
Juli 24	— 271.04		— 13 345.97	+ 3.31		+ 2997.70	+ 10.14		+ 290.51
		— 2430.21			+ 356.12			+ 65.99	
Septbr. 2	— 299.76		— 15 776.18	— 6.63		+ 3353.82	+ 11.61		+ 356.50
		— 2729.97			+ 349.49			+ 77.60	
Oktober 12	— 331.73		— 18 506.15	— 20.53		+ 3703.31	+ 13.18		+ 434.10
		— 3061.70			+ 328.96			+ 90.78	
Novbr. 21	— 366.71		— 21 567.85	— 39.42		+ 4032.27	+ 14.84		+ 524.88
		— 3428.41			+ 289.54			+ 105.62	
Dezbr. 31	— 404.27		— 24 996.26	— 64.39		+ 4321.81	+ 16.55		+ 630.50
		— 3832.68			+ 225.15			+ 122.17	
1893 Februar 9	— 443.80		— 28 828.94	— 96.60		+ 4546.96	+ 18.27		+ 752.67
		— 4276.48			+ 128.55			+ 140.44	
März 21	— 484.38		— 33 105.42	— 137.27		+ 4675.52	+ 19.94		+ 893.11
		— 4760.86			— 8.72			+ 160.38	
April 30	— 524.83		— 37 866.28	— 187.62		+ 4666.79	+ 21.52		+ 1053.49
		— 5285.69			— 196.34			+ 181.90	
Juni 9	— 563.73		— 43 151.97	— 248.86		+ 4470.45	+ 22.91		+ 1235.39
		— 5849.42			— 445.20			+ 204.81	
Juli 19	— 599.26		— 49 001.39	— 322.05		+ 4025.25	+ 24.02		+ 1440.20
		— 6448.68			— 767.25			+ 228.83	
August 28	— 629.29		— 55 450.07	— 408.09		+ 3258.00	+ 24.75		+ 1669.03
		— 7077.97			—1175.34			+ 253.58	
Oktober 7	— 651.35		— 62 528.04	— 507.59		+ 2082.66	+ 24.97		+ 1922.61
		— 7729.32			—1682.93			+ 278.55	
Novbr. 16	— 662.56		— 70 257.36	— 620.80		+ 399.73	+ 24.63		+ 2201.16
		— 8391.88			—2303.73			+ 303.18	
Dezbr. 26	— 660.01		— 78 649.24	— 747.36		— 1904.00	+ 23.54		+ 2504.34
		— 9051.89			—3051.09			+ 326.72	
1894 Februar 4	— 640.14		— 87 701.13	— 886.48		— 4955.09	+ 21.59		+ 2831.06
		— 9692.04			—3937.57			+ 348.31	
März 16	— 599.57		— 97 393.17	—1036.50		— 8892.66	+ 18.63		+ 3179.37
		—10291.61			—4974.07			+ 366.94	
April 25	— 534.55		—107 684.78	—1194.99		—13866.73	+ 14.57		+ 3546.31
		—10826.16			—6169.06			+ 381.51	
Juni 4	— 441.89		—118 510.94	—1358.65		—20035.79	+ 9.30		+ 3927.82
		—11268.05			—7527.71			+ 390.81	
Juli 14			—129 778.99			—27563.50			+ 4318.63

Störungen durch Jupiter und Saturn, nach

		$40\frac{dI}{dt}$	I	$40\frac{dII}{dt}$	II	$40\frac{dIII}{dt}$	III
1891	Februar 20	+ 324.33	+ 161.53	— 469.82	— 230.47	+ 460.64	+ 233.43
	April 1	+ 329.45	+ 488.42	— 506.43	— 718.61	+ 434.07	+ 681.00
	Mai 11	+ 334.54	+ 820.42	— 541.63	— 1242.77	+ 404.95	+ 1100.71
	Juni 20	+ 339.55	+ 1157.48	— 575.14	— 1801.31	+ 373.34	+ 1490.06
	Juli 30	+ 344.40	+ 1499.46	— 606.69	— 2392.40	+ 339.35	+ 1846.60
	Septbr. 8	+ 348.99	+ 1846.19	— 635.96	— 3013.94	+ 303.14	+ 2168.02
	Oktober 18	+ 353.20	+ 2197.32	— 662.62	— 3663.45	+ 264.94	+ 2452.21
	Novbr. 27	+ 356.89	+ 2552.42	— 686.32	— 4338.18	+ 225.02	+ 2697.31
1892	Januar 6	+ 359.90	+ 2910.88	— 706.73	— 5035.00	+ 183.73	+ 2901.80
	Februar 15	+ 362.02	+ 3271.92	— 723.49	— 5750.42	+ 141.48	+ 3064.46
	März 26	+ 363.07	+ 3634.57	— 736.28	— 6480.64	+ 98.74	+ 3184.59
	Mai 5	+ 362.82	+ 3997.62	— 744.79	— 7221.53	+ 56.03	+ 3261.95
	Juni 14	+ 361.04	+ 4359.70	— 748.76	— 8468.72	+ 13.98	+ 3296.88
	Juli 24	+ 357.47	+ 4719.11	— 748.00	— 8717.00	— 26.78	+ 3290.35
	Septbr. 2	+ 351.96	+ 5053.99	— 742.35	— 8963.08	— 65.56	+ 3244.01
	Oktober 12	+ 344.32	+ 5422.11	— 731.88	— 10200.59	— 101.76	+ 3160.08
	Novbr. 21	+ 334.48	+ 5761.89	— 716.70	— 10925.26	— 134.85	+ 3041.54
	Dezbr. 31	+ 322.48	+ 6090.54	— 697.04	— 11632.48	— 164.35	+ 2891.59
1893	Februar 9	+ 308.38	+ 6406.15	— 673.38	— 12318.00	— 190.03	+ 2714.08
	März 21	+ 292.59	+ 6706.81	— 646.36	— 12978.13	— 211.78	+ 2512.86
	April 30	+ 275.37	+ 6990.82	— 616.52	— 13609.77	— 229.92	+ 2291.72
	Juni 9	+ 257.26	+ 7257.20	— 584.64	— 14210.49	— 244.71	+ 2054.15
	Juli 19	+ 238.78	+ 7505.22	— 551.59	— 14778.64	— 256.67	+ 1803.25
	August 28	+ 220.54	+ 7734.83	— 517.92	— 15313.36	— 266.51	+ 1541.55
	Oktober 7	+ 202.97	+ 7946.52	— 484.09	— 15814.43	— 274.85	+ 1270.76
	Novbr. 16	+ 186.43	+ 8141.13	— 450.56	— 16281.69	— 282.20	+ 992.18
	Dezbr. 26	+ 171.23	+ 8319.82	— 417.62	— 16715.81	— 289.04	+ 706.53
1904	Februar 0	+ 157.45	+ 8484.04	— 385.42	— 17117.26	— 295.56	+ 414.21
	März 16	+ 145.12	+ 8635.20	— 354.04	— 17486.90	— 301.88	+ 115.46
	April 25	+ 134.05	+ 8774.69	— 323.60	— 17825.63	— 307.94	— 189.48
	Juni 4	+ 124.12	+ 8903.69	— 294.25	— 18134.46	— 313.55	— 500.28
	Juli 14	+ 115.04	+ 9023.22	266.03	— 18414.51	318.40	— 816.33

Störungen durch Jupiter und Saturn, nach

		$80\frac{dI}{dt}$	I	$80X$	$IIIa$	$80\frac{dIIIb}{dt}$	$IIIb$
1894	Juli 14	+ 230.78	+ 119.9	+ 413.52	+ 199.0	— 224.14	— 117.6
	Oktbr. 22	+ 198.68	+ 334.3	+ 471.10	+ 641.6	— 181.53	— 320.3
	Dezbr. 21	+ 168.89	+ 518.0	+ 519.00	+ 1137.8	— 139.99	— 481.0
1895	März 11	+ 138.71	+ 672.0	+ 557.05	+ 1676.6	— 99.48	— 600.6
	Mai 30	+ 107.21	+ 795.0	+ 585.51	+ 2248.6	— 62.36	— 681.1
	August 18	+ 72.97	+ 885.3	+ 605.04	+ 2844.6	— 31.01	— 727.1
	Novbr. 6	+ 35.86	+ 940.0	+ 616.33	+ 3456.8	— 9.06	— 746.5
1896	Januar 25	— 3.76	+ 956.2	+ 620.27	+ 4075.2	+ 0.27	— 749.5
	April 14	— 45.47	+ 931.7	+ 617.68	+ 4694.3	— 5.18	— 750.7
	Juli 3	— 88.65	+ 864.8	+ 609.24	+ 5308.3	— 26.08	— 765.1
	Septbr. 21	— 132.85	+ 754.1	+ 595.53	+ 5911.1	— 61.54	— 807.8
	Dezbr. 20	— 177.46	+ 598.9	+ 577.17	+ 6498.0	— 109.22	— 892.3
1897	Februar 28	— 221.76	+ 399.2	+ 554.31	+ 7064.0	— 165.37	— 1029.0
	Mai 19	— 265.45	+ 155.6	+ 527.47	+ 7605.2	— 225.91	— 1224.4
	August 7	— 308.10	— 131.2	+ 496.95	+ 8117.7	— 286.37	— 1480.7
	Oktober 25	— 349.39	460.1	+ 462.63	+ 8597.8	— 342.47	— 1795.7

von Oppolzers Methode I. (Einheit: siebente Dezimale.)

		$40\frac{dIV}{dt}$	IV	$40\frac{dV}{dt}$	V	$40\frac{d\Delta M}{dt}$	ΔM	$\log(1+\gamma)$
1891	Februar 20	+ 3.96	+ 2.06	+ 10.42	+ 5.15	+ 0″.254	+ 0″.06	
	April 1	+ 3.27	+ 5.69	+ 10.71	+ 15.73	+ 0.719	+ 0.55	9.5
	Mai 11	+ 2.54	+ 8.60	+ 10.89	+ 26.54	+ 1.118	+ 1.48	
	Juni 20	+ 1.80	+ 10.77	+ 10.97	+ 37.48	+ 1.440	+ 2.77	57.4
	Juli 30	+ 1.05	+ 12.20	+ 10.92	+ 48.43	+ 1.675	+ 4.33	
	Septbr. 8	+ 0.32	+ 12.88	+ 10.77	+ 59.29	+ 1.810	+ 6.08	157.1
	Oktober 18	— 0.39	+ 12.84	+ 10.51	+ 69.94	+ 1.835	+ 7.91	
	Novbr. 27	— 1.05	+ 12.12	+ 10.13	+ 80.27	+ 1.739	+ 9.71	320.1
1892	Januar 6	— 1.66	+ 10.75	+ 9.66	+ 85.18	+ 1.510	+ 11.35	
	Februar 15	— 2.19	+ 8.82	+ 9.08	+ 99.56	+ 1.138	+ 12.68	557.2
	März 26	— 2.64	+ 6.40	+ 8.43	+ 108.32	+ 0.611	+ 13.57	
	Mai 5	— 2.99	+ 3.57	+ 7.69	+ 116.38	— 0.083	+ 13.85	879.1
	Juni 14	— 3.24	+ 0.45	+ 6.90	+ 123.69	— 0.953	+ 13.35	
	Juli 24	— 3.36	— 2.86	+ 6.07	+ 130.18	— 2.011	+ 11.88	1295.5
	Septbr. 2	— 3.37	— 6.24	+ 5.21	+ 135.81	— 3.266	+ 9.26	
	Oktober 12	— 3.25	— 9.56	+ 4.34	+ 140.59	— 4.727	+ 5.28	1813.4
	Novbr. 21	— 3.01	— 12.70	+ 3.49	+ 144.51	— 6.403	— 0.26	
	Dezbr. 31	— 2.66	— 15.55	+ 2.68	+ 147.58	— 8.301	— 7.60	2440.2
1893	Februar 9	— 2.20	— 18.04	+ 1.93	+ 149.91	— 10.430	— 16.94	
	März 21	— 1.65	— 19.92	+ 1.25	+ 151.47	— 12.791	— 28.53	3178.8
	April 30	— 1.03	— 21.27	+ 0.67	+ 152.42	— 15.385	— 42.60	3590.9
	Juni 9	— 0.35	— 21.96	+ 0.20	+ 152.85	— 18.209	— 59.38	4028.6
	Juli 19	+ 0.35	— 21.96	— 0.16	+ 152.86	— 21.260	— 79.10	4493.8
	August 28	+ 1.06	— 21.20	— 0.39	+ 152.58	— 24.531	— 101.98	4984.4
	Oktober 7	+ 1.76	— 19.84	— 0.50	+ 152.13	— 28.004	— 128.23	5498.9
	Novbr. 16	+ 2.43	— 17.75	— 0.50	+ 151.62	— 31.669	— 158.05	6035.4
	Dezbr. 26	+ 3.05	— 15.01	— 0.39	+ 151.16	— 35.507	— 191.62	6591.8
1894	Februar 0	+ 3.62	— 11.66	— 0.18	+ 150.86	— 39.492	— 229.11	7165.6
	März 16	+ 4.11	— 7.79	+ 0.10	+ 150.82	— 43.593	— 270.65	7753.9
	April 25	+ 4.54	— 3.46	+ 0.49	+ 151.11	— 47.795	— 316.34	8353.8
	Juni 4	+ 4.89	+ 1.26	+ 0.93	+ 151.82	— 52.087	— 366.27	8961.8
	Juli 14	+ 5.17	+ 6.30	+ 1.43	+ 152.99	— 56.460	— 420.52	9574.1

von Oppolzers Methode II. (Einheit: siebente Dezimale.)

		$80\,Y$	IIa	$80\frac{dIIb}{dt}$	IIb	$80\frac{d\Delta M}{dt}$	ΔM	$\log(1-\gamma)$
1894	Juli 14	— 614.25	— 317.8	+ 79.87	+ 36.6	+ 0″.33		6
	Oktober 22	— 526.84	— 888.8	+ 99.96	+ 127.3	+ 0.20		5
	Dezbr. 21	— 440.24	— 1371.9	+ 110.09	+ 233.3	— 0.80		10
1895	März 11	— 355.71	— 1769.7	+ 109.15	+ 343.8	— 2.73		329
	Mai 30	— 273.80	— 2084.2	+ 96.73	+ 447.7	— 5.53		547
	August 18	— 195.01	— 2318.4	+ 72.47	+ 533.2	— 9.20		813
	Novbr. 6	— 119.68	— 2475.4	+ 37.83	+ 589.1	— 13.64	— 24″.18	1125
1896	Januar 25	— 47.76	— 2558.8	— 4.08	+ 606.4	— 18.75	— 40.28	1473
	April 14	+ 20.74	— 2572.1	— 49.15	+ 579.9	— 24.36	— 61.80	1847
	Juli 3	+ 85.83	— 2518.5	— 92.49	+ 508.7	— 30.29	— 89.10	2233
	Septbr. 21	+ 147.58	— 2401.6	— 129.41	+ 397.1	— 36.35	— 122.42	2618
	Dezbr. 20	+ 206.07	— 2224.4	— 155.69	+ 253.5	— 42.31	— 161.76	2987
1897	Februar 28	+ 261.55	— 1990.3	— 167.84	+ 90.5	— 47.95	— 206.94	3325
	Mai 19	+ 313.90	— 1702.4	— 164.15	— 76.9	— 53.06	— 257.48	3617
	August 7	+ 363.52	— 1363.3	— 143.97	— 232.3	— 57.48	— 312.34	3854
	Oktober 26	+ 409.70	— 976.4	— 108.01	— 359.5	— 60.91	— 372.10	4023

III. Bahnverbesserung.

Die Erscheinungen 1888 bis 1894.

Der Bahnverbesserung wurde das von Herrn Bidschof aus acht Normalörtern, die den drei ersten Erscheinungen des Planeten angehören, ermittelte Elementensystem zugrunde gelegt. Es soll im folgenden die Bezeichnung „Elemente B“ (siehe Seite 38) erhalten, während die von mir ermittelten Elementensysteme mit römischen Zahlen, der zeitlichen Folge entsprechend, bezeichnet werden sollen. Störungen für die drei ersten Erscheinungen hat Herr Bidschof zwar berechnet, aber zur Bahnverbesserung nicht verwandt. Die Normalörter der ersten Erscheinung beruhen auf ziemlich unsicheren Grundlagen. Die Örter der lichtschwachen Vergleichsterne mußten teilweise alten Katalogen entnommen werden, teilweise wurden sie in Ottakring von N. Herz und in Pola von Laschober durch Refraktoranschluß oder Meridianbeobachtung bestimmt. Die Polaer Meridianbeobachtungen sind nur in der Bidschofschen Arbeit veröffentlicht, eine Kontrolle der dort gegebenen Örter war mir daher nicht möglich. Da die Örter schlecht unter sich übereinstimmten und eine neue Beobachtung derzeit nicht angängig war, habe ich als wahrscheinlichste Örter die Mittel aus allen Positionen angenommen und der ersten Rechnung zugrunde gelegt. Herr Bidschof antwortete auf meine Bitte um Übersendung seiner Rechnungen, daß sie in Kisten verpackt in Wien lagerten. Ich mußte daher alle Rechnungen von Grund aus neu durchführen. Die im Berliner Astronomischen Jahrbuch von Herrn Bidschof veröffentlichten Ephemeriden sind für die Beobachter sehr wertvoll gewesen. Infolgedessen sind in den ersten sechs Erscheinungen verhältnismäßig viele Beobachtungen angestellt worden. Diesem Umstande ist in erster Linie das über Erwarten günstige Ergebnis der Bahnverbesserung zuzuschreiben. Die Ephemeriden haben also ihren Zweck erfüllt. Zur Bahnverbesserung konnte ich aber diese Ephemeriden nicht heranziehen, da sie mit systematischen Fehlern behaftet sind. Ich beabsichtigte zuerst mit Hilfe derselben Normalörter für die ersten sechs Erscheinungen und daraus ein neues Ausgangselementensystem abzuleiten, das der Störungsrechnung als Unterlage dienen sollte. Ich rechnete daher einige Örter der Ephemeriden nach und fand, daß der Radiusvektor fehlerhaft berechnet war. Die Störungen sind von Herrn Bidschof für die Zeit von 1891 bis 1894 nach der Oppolzerschen Methode berechnet und bei den Ephemeriden für 1892, 1893 und 1894 bereits angebracht worden. Man erhält den gestörten Radiusvektor, indem man den ungestörten durch $1 + \gamma$ dividiert. In den Ephemeriden ist versehentlich mit $1 + \gamma$ multipliziert. Die damit abgeleiteten geozentrischen Planetenörter müssen daher systematische Fehler enthalten.

Störungen von 1888 bis 1894.

Da voraussichtlich die Elemente noch große Verbesserungen erforderten, hätte es genügt, nur Störungen erster Ordnung zu rechnen, also etwa alle Jahre einmal die Elemente zu variieren. Da die Rechnung doppelt nach zwei verschiedenen Methoden durchgeführt werden sollte, würde eine scharfe Kontrolle der beiden Rechnungen nicht möglich gewesen sein. Ich habe daher die Rechnung mit oskulierenden Elementen nach der Methode der Variation der Elemente streng durchgeführt. Ebenso habe ich für den gleichen Zeitraum die Störungen nach der Enckeschen Methode der Berechnung spezieller Störungen in den rechtwinkligen Ekliptikalkoordinaten streng berechnet. Die Ergebnisse stimmten innerhalb der Unsicherheit der Rechnung sehr gut überein. Als Ausgangsepoche war 1891 Februar 0,0 gewählt worden. Um eine möglichst scharfe Kontrolle zu haben, rechnete ich noch mit oskulierenden Elementen die rechtwinkligen heliozentrischen Ekliptikaloordinaten und ihre Geschwindigkeiten direkt. Wie ersichtlich mußte die ganze Störungsrechnung sechsstellig geführt werden.

Ephemeriden für 1888 bis 1894.

Mit den Elementen B wurden die rechtwinkligen heliozentrischen Äquatoreal-Koordinaten des Planeten mit zweitägigen bzw. halbtägigen Zwischenzeiten ermittelt und daran die auf den Äquator als Fundamentalebene umgerechneten, nach der Enckeschen Methode berechneten Koordinatenstörungen angebracht.

Für die Zeiten der Normalörter wurden die heliozentrischen rechtwinkligen Koordinaten direkt mit den oskulierenden Elementen gerechnet. Bei der ersten Rechnung wurden die Littrowschen Konstanten, bei der zweiten die Gaußischen benutzt. Um die Gaußischen Konstanten möglichst scharf zu erhalten, wurden die zwischen ihnen und den Elementen bestehenden Gleichungen in folgender Weise transformiert:

$$\sin(90 + \Omega - A) = 2 \operatorname{sem} i \sin \Omega \sin A$$

$$\operatorname{tang}(90 + \Omega - A) = \frac{\operatorname{tang}^2 \frac{i}{2} \sin 2\Omega}{1 + \operatorname{tang}^2 \frac{i}{2} \cos 2\Omega} \qquad \operatorname{sem} \chi = \sin^2 \frac{\chi}{2}$$

$$\varepsilon_0 = 23^\circ 27' 12'',14 \; {}_{1890.0}$$

$$\sin(B - \Omega) = (\operatorname{tang} \varepsilon_0 \sin i + 2 \operatorname{sem} i \cos \Omega) \sin B$$
$$\sin(\Omega - C) = (\cot \varepsilon_0 \sin i - 2 \operatorname{sem} i \cos \Omega) \sin C.$$

Als Probegleichungen[1]) dienten $\cot(A - B) \cot(C - A) = \cos^2 a = \sin^2 \Omega \sin^2 i$ usw., die alle anderen Proben an Schärfe übertreffen. In ähnlicher Weise wurden die Gleichungen für die Littrowschen Konstanten transformiert und gefunden:

$$\operatorname{tang}(L' - A') = (\operatorname{tang}^2 \tfrac{\varphi}{2} \sin 2A') : (1 - \operatorname{tang}^2 \tfrac{\varphi}{2} \cos 2A') \qquad A' = A + \omega$$
$$\operatorname{tang}(M' - B') = (\operatorname{tang}^2 \tfrac{\varphi}{2} \sin 2B') : (1 - \operatorname{tang}^2 \tfrac{\varphi}{2} \cos 2B') \qquad B' = B + \omega$$
$$\operatorname{tang}(N' - C') = (\operatorname{tang}^2 \tfrac{\varphi}{2} \sin 2C') : (1 - \operatorname{tang}^2 \tfrac{\varphi}{2} \cos 2C') \qquad C' = C + \omega$$

oder einfacher:

$$\sin(L' - A') = 2 \operatorname{sem} \varphi \sec \varphi \sin A' \cos L'$$
$$\sin(M' - B') = 2 \operatorname{sem} \varphi \sec \varphi \sin B' \cos M'$$
$$\sin(N' - C') = 2 \operatorname{sem} \varphi \sec \varphi \sin C' \cos N'.$$

Da die Störungen in Knoten und Neigung sehr gering sind, brauchte ich die Gaußischen Konstanten nur für die Ausgangsepoche zu rechnen und konnte beim Übergang auf die einzelnen Normalörter die im Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1890 angegebenen Differentialformeln benutzen. Etwaige Fehler in den Koordinaten des Planeten hätten auf solche Weise unbedingt entdeckt werden müssen. Es ergab sich, daß die jetzt gefundenen Werte wesentlich von denen abwichen, die ich mit den von Herrn Bidschof gerechneten Störungsbeträgen gefunden hatte. Den Grund dafür fand ich bald.

Störungen von 1891 bis 1894.

Eine Nachrechnung der Differentialquotienten für die Epoche 1891 April 1 ergab, daß der Wert $dIII : dt$ falsch angegeben war. Wie mir scheint, hat Herr Bidschof dem zweiten Summanden des Ausdrucks: $X + \frac{1}{(1+I)^2} \frac{dx_0}{d\zeta} \frac{dI}{dt}$[2]) ein falsches Vorzeichen gegeben. Es ist nämlich $\frac{dx_0}{d\zeta} = -\sin v_0 \frac{k}{\sqrt{p_0}}$ oder $\beta = -\frac{a_0}{r_0} \sin E_0 \sec \varphi_0$. Herr Bidschof schreibt in seiner Arbeit, Seite 40, daß er bei den Oppolzerschen Formeln einige leicht erkennbare Druckfehler verbessert habe. Oppolzer setzt[3]) $B' = -X$ und erhält dann $\frac{dIII'}{dt} = B' + \beta \cdot \frac{dI}{dt}$, ändert also auch das Vorzeichen von $\frac{dIII'}{dt}$, während er bei der zweiten Bearbeitung $\frac{dIII}{dt}$ und X mit unveränderten Vorzeichen beibehält. Wenn man beide Publikationen beieinander hat, kann man leicht auf einen Druckfehler schließen. Da mich die Oppolzersche Störungsmethode interessierte, wobei ein Übergang auf oskulierende Elemente nie notwendig wird und sich die gestörten Koordinaten des Planeten für die Ephemeriden leicht und schnell berechnen lassen, habe ich von 1891 bis 1894 nach dieser Methode die Störungen nochmals gerechnet, und zwar nach den bei der ersten Bearbeitung gegebenen Formeln, da mir die zweite in den „Denkschriften usw.“, Bd. LI, veröffentlichte Methode noch nicht bekannt war. Um eine scharfe Kontrolle der Rechnungen zu haben, habe ich für die Normalörter die heliozentrischen rechtwinkligen Koordinaten des Planeten nochmals gerechnet und völlige

[1]) Siehe Littrow, Theoretische und praktische Astronomie, II. Teil, Wien 1821, S. 79.
[2]) Siehe S. 13, Formeln 4.
[3]) Denkschriften der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Bd. XLVI.

Übereinstimmung mit den früheren Werten gefunden. Ich leitete dann Formeln für den Übergang auf oskulierende Elemente ab, da dieser Übergang sich hier leicht bewerkstelligen läßt. Die Gründe dafür ersieht man sofort aus den Formeln (23) auf Seite 11. Diesen Umstand scheint keiner der Herren, die die Methode, soweit mir bekannt, benutzten, berücksichtigt zu haben.

Erste Bahnverbesserung.

Die in den „Astronomischen Nachrichten“ und im „Bulletin astronomique“ von den Beobachtern gegebenen Größen „Planet — Vergleichsstern“ wurden an die von mir gerechneten scheinbaren Sternörter angebracht. Die scheinbaren Planetenörter werden durch Befreiung von Parallaxe auf den Erdmittelpunkt reduziert. Alle parallaktischen Faktoren habe ich neu gerechnet, wobei die Horizontalparallaxe der Sonne $= 8''.8$ angenommen wurde. Durch Subtraktion der Lichtzeit ($c = 498^s,5$) von den Beobachtungszeiten T wurden die scheinbaren Örter zur Zeit T in wahre Örter zur reduzierten Zeit t umgesetzt. Diese Örter wurden dann mit den Ephemeriden, die wahre Örter geben, direkt verglichen und zu Normalörtern zusammengezogen.

Zur Elementenverbesserung wurden, wo mehrere Normalörter aus einer Erscheinung vorlagen, nur die der Opposition nächsten benutzt, da der Planet in der Opposition seine größte Helligkeit hat und mir deswegen diese Normalörter am sichersten zu sein schienen. Ich fand folgende sechs Normalörter, die durch die Elemente folgendermaßen dargestellt wurden:

I	1888 Oktob.	31.0	$B_\alpha - R_\alpha = -110''.70$	$B_\delta - R_\delta = -45''.1$
III	1889 Nov.	25.0	-39.30	-10.1
VI	1890 Dez.	20.0	-0.45	-1.4
VIII	1892 März	4.5	-20.10	$+0.6$
IX	1893 April	8.0	-91.50	$+37.2$
X	1894 Mai	26.0	-225.75	$+78.1.$

Um die ziemlich großen Abweichungen wegzuschaffen, werden große Verbesserungen an die Ausgangselemente anzubringen sein. Ich hielt mich daher berechtigt, in erster Näherung die Differentialquotienten der Koordinaten nach den Elementen ohne Rücksicht auf Störungen zu berechnen. Um möglichst schnell zum Ziele zu kommen, wählte ich die von Herrn Bauschinger in seiner „Bahnbestimmung der Himmelskörper“, Seite 449, auseinandergesetzte und mit einem ausführlichen Beispiele versehene Methode. Hierzu sind die $\cos\delta\,\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ in die dort gewählten $\cos\chi\,d\psi$ ung $\Delta\chi$ überzuführen. Allen Normalörtern wurde gleiches Gewicht gegeben. Ich erhielt folgende Fehlergleichungen, in denen die Zahlen Logarithmen vorstellen:

I	$0.13889\,\Delta M_0 +$	$0.10733\,\Delta s +$	$0.37986\,\Delta\varphi +$	$3_n07107\,\Delta\mu =$	2_n07687
III	0.08602	0.11081	0.36776	2_n72309	1_n58293
VI	0.03743	0.10034	0.01430	1_n27297	9_n47334
VIII	0.02539	0.09376	9_n72245	2.58225	1_n26687
IX	0.06323	0.10341	0_n29593	2.94927	1_n99397
X	0.12338	0.11009	0_n41274	3.19532	$2_n36568.$

Zur Bequemlichkeit der Rechnung führte ich Homogenitätsfaktoren ein und setzte:

$$\log x = 0.15417 + \log \Delta M_0$$
$$\log y = 0.11109 + \log \Delta s$$
$$\log z = 0.41323 + \log \Delta\varphi$$
$$\log t = 3.19633 + \log \Delta\mu$$
$$\log \text{Fehlereinheit} = 2_n36568.$$

Durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate erhielt ich folgende Normalgleichungen, in denen die Koeffizienten numeriert angesetzt sind:

$$\begin{aligned}
4.32511\,x + 4.99750\,y + 0.26773\,z + 0.54923\,t &= +1.97382\\
4.99750\,x + 5.81719\,y + 0.26506\,z + 0.69455\,t &= +2.16759\\
0.26773\,x + 0.26506\,y + 3.44982\,z - 2.47996\,t &= -0.71417\\
0.54923\,t + 0.69455\,y - 2.47996\,z + 2.04991\,t &= +0.81671\\
[nn] &= 1.47855,
\end{aligned}$$

und die Eliminationsgleichungen:

$$\begin{aligned} 4{,}325\,11\,x + 4{,}997\,50\,y + 0{,}267\,73\,z + 0{,}549\,23\,t &= + 1{,}973\,82 \\ 0{,}042\,77\,y - 0{,}044\,29\,z + 0{,}059\,94\,t &= - 0{,}113\,08 \\ 3{,}387\,38\,z - 2{,}451\,89\,t &= - 0{,}953\,46 \\ 0{,}121\,42\,t &= + 0{,}034\,39 \\ [nn] &= + 0.000\,67. \end{aligned}$$

Durch Änderung der Reihenfolge der Unbekannten ergaben sich folgende Eliminationsgleichungen:

$$\begin{aligned} 3{,}449\,82\,z - 2{,}479\,96\,t + 0{,}265\,06\,y + 0{,}267\,73\,x &= - 0{,}714\,17 \\ 0{,}267\,15\,t + 0{,}885\,09\,y + 0{,}741\,69\,x &= + 0{,}303\,32 \\ 2{,}864\,43\,y + 2{,}519\,63\,x &= + 1{,}217\,54 \\ 0{,}028\,82\,x &= + 0{,}116\,15 \\ [nn_4] &= + 0{,}000\,68. \end{aligned}$$

Die Werte der Unbekannten sind:

$\log x = 0{,}605\,33$	und $0{,}605\,32$	$\Delta M_o = -10'\,55''.75$	
$\log y = 0_n494\,17$	und $0_n494\,15$	$\Delta s = +\ 9'\,20''.71$	
$\log z = 8_n883\,47$	und $8_n883\,60$	$\Delta \varphi = +\ 6''.85$	
$\log t = 9{,}452\,13$	und $9{,}452\,06$	$\Delta \mu = -\ 0''.04\,183$	

Durch Einsetzen dieser Werte in die Bedingungsgleichungen erhielt ich folgende Darstellung der Normalörter:

	I	*III*	*VI*	*VIII*	*IX*	*X*	
$\delta =$	$-\ 0''.10$	$-\ 0''.66$	$+\ 0''.17$	$+\ 0''.53$	$-\ 0''.78$	$-\ 0''.08$	$\Sigma\delta\delta = 1.62.$

Aus $[nn_4]$ folgt: $\Sigma\delta\delta = 36.0$ oder 36.9.

Zur Berechnung der Faktoren der Bedingungsgleichungen war fünfstellige logarithmische Rechnung verwandt worden. Der große Unterschied in $\Sigma\delta\delta$ ist erklärlich, wenn man bedenkt, daß das Quadrat der Fehleinheit = 53870 ist, eine Einheit der dritten Dezimale in $[nn_4]$ daher $\Sigma\delta\delta$ um 54 Einheiten ändert.

Die Faktoren wurden nun nochmals mit oskulierenden verbesserten Elementen gerechnet. Nach Eintragung der Werte der Unbekannten in die neuen Gleichungen ergab sich folgende Darstellung:

	I	*III*	*VI*	*VIII*	*IX*	*X*
$\delta =$	$-\ 0''.72$	$-\ 1''.29$	$+\ 0''.14$	$+\ 1''.04$	$-\ 0''.32$	$-\ 0''.91.$

Die Werte der Elementenverbesserungen wurden in die neuen Bedingungsgleichungen für $\Delta\chi$ eingetragen und danach gefunden (Zahlen stellen Logarithmen vor):

I	$0{,}083\,83\ \Delta p$	$+\ 9_n630\,48\ \Delta q$	$= 0{,}599\,45$
III	$0{,}071\,29$	$9{,}721\,62$	$0_n000\,00$
VI	$9{,}757\,49$	$0{,}051\,28$	$0_n157\,46$
VIII	$9_n508\,00$	$0{,}080\,71$	$0_n662\,76$
IX	$0_n015\,16$	$0{,}869\,88$	$0_n381\,30$
X	$0_n106\,77$	$9_n332\,06$	$0{,}080\,99.$

Ich setzte:

$$\begin{aligned} \log a &= 0{,}106\,77 + \log \Delta p \\ \log b &= 0{,}080\,71 + \log \Delta q \\ \log \text{Fehlereinheit} &= 0_n662\,76 \end{aligned}$$

und erhielt die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 3{,}6685\,a - 0{,}0871\,b &= - 0{,}8933 \\ - 0{,}0871\,a + 2{,}6009\,b &= + 2{,}0621, \end{aligned}$$

aus denen folgt:

$\log a = 9_n351\,89$	$\log b = 9{,}895\,04$	$\Delta i = -\ 2'',89$	$[nn_2] = 0.4140$
$\log \Delta p = 9{,}907\,88$	$\log \Delta q = 0_n477\,09$	$\Delta \Omega = +\ 27{,}59$	$\Sigma\delta\delta = 8{,}760.$

Die Gleichungen werden folgendermaßen dargestellt:

I	$\delta = +1''{,}714$	*VIII*	$\delta = -0''{,}727$	$\Sigma \delta\delta = 8{,}757.$
III	$-0''{,}373$	*IX*	$+0''{,}655$	
VI	$+1''{,}476$	*X*	$+1''{,}595$	

Durch direkte Rechnung der geozentrischen Polarkoordinaten mit den verbesserten Elementen fand ich folgende Darstellung der Normalörter, denen ich die differentiell gerechneten Restfehler beifüge:

Normalort	*I*	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
$\cos\delta\,\Delta\alpha$ direkt . .	$-1''.45$	$+1''.51$	$-1''.36$	$-1''.88$	$+1''.65$	$-0''.16$	$+0''.44$	$+0''.74$	$+0''.18$	$+0''.92$
$\cos\delta\,\Delta\alpha$ differentiell	$-1''.35$	—	$-1''.17$	—	—	$+0''.26$	—	$+0''.78$	$-0''.02$	$-0''.30$
$\Delta\delta$ direkt . .	$+1''.11$	$+0''.85$	$-0''.86$	$-1''.23$	$+3''.53$	$+1''.32$	$+3''.91$	$-1''.06$	$+0''.59$	$+1''.41$
$\Delta\delta$ differentiell	$+1''.27$	—	$-0''.67$	—	—	$+1''.45$	—	$-1''.00$	$+0''.73$	$+1''.81.$

Aus der Tabelle geht hervor, daß ich berechtigt war, die Beobachtungen 1889 Jan. 4 und 5 auszuschließen. Die Deklinationen allein können bei der angewandten Bahnverbesserungsmethode nicht berücksichtigt werden. Die Beobachtungen sind $2^1/_2$ Monate nach der Opposition angestellt. Bei der Bildung des Normalorts *VII* glaube ich die Deklination vom 10. Februar 1891 auch ausschließen zu müssen, da sonst $\Delta\delta = +6''.8$ wird, was mir unwahrscheinlich zu sein scheint. Herr Kobold schätzte den Planeten 15.0 Größe. Normalort V ist aus fünf Beobachtungen von Herrn Rambaud in Algier gebildet worden, die in Deklination nicht gut übereinstimmen. Herr Bidschof hat die Deklination des 14. Januar 1890 um $+10''$ geändert. Ich halte mich dazu nicht berechtigt. Der Planet hatte in der Opposition am 24. November 1889 13,9 Größe. Ich glaube daher, daß das Instrument zur Beobachtung nicht ausreichte, worauf auch die übrigen Beobachtungen schließen lassen. Da sie aber unter sich erträglich übereinstimmen, habe ich diese Beobachtungen mitgenommen. Der etwas große Unterschied in den Werten für $\cos\Delta\delta\alpha$ und $\Delta\delta$ beim X. Normalort hat vielleicht seinen Grund darin, daß die Gleichungen nicht linear sind. Ähnliche Unterschiede treten auf, wenn ich die differentiell berechneten Störungen in den geozentrischen Polarkoordinaten mit den direkt gerechneten vergleiche.

Die Erscheinungen 1897 bis 1906.

Die Störungsrechnung wurde mit verbesserten Elementen fortgeführt und als Ausgangsepoche 1894 Juni 4.0 gewählt. Die Elemente vom 30. Januar 1895 wurden auf das Äquinoktium 1900.0 bezogen. Da die Elementenverbesserungen ziemlich groß ausgefallen waren, überzeugte ich mich vorher, ob sie wesentlichen Einfluß auf die Störungen ausüben würden. Ich rechnete zu diesem Zweck die Differentialquotienten der Jupiterstörungen nach der Zeit noch einmal mit den verbesserten Elementen für die äußersten Epochen der Störungsrechnung und fand:

	$40\,di/dt$	$40\,d\Omega/dt$	$40\,d\varphi/dt$	$40\,d\pi/dt$	$40\,d\bar{L}_0/dt$	$40^2\,d\mu/dt$
1888 Nov. 2.0	$-0''.035$	$+1''.279$	$+6''.499$	$+128''.239$	$-3''.835$	$-1''.51044$
1894 Juni 4.0	$-0''.069$	$+0''.808$	$-4''.834$	$-104''.294$	$-13''.239$	$-0''.75842,$

während die entsprechenden Werte aus der Störungstafel sind:

1888 Nov. 2.0	$-0''.035$	$+1''.280$	$+6''.476$	$+128''.304$	$-3''.843$	$-1''.51013$
1894 Juni 4.0	$-0''.069$	$+0''.807$	$-4''.810$	$-104''.385$	$-13''.241$	$-0''.75707.$

Damit ist zwar nicht der Beweis erbracht, daß die Abweichungen in der Zwischenzeit nicht wesentlich größer gewesen sind. Ich glaube aber nicht, daß sie zu einer Wiederholung der Störungsrechnung jetzt schon Veranlassung geben. Erst wenn die Elemente aus mehreren Umläufen gerechnet vorliegen, werde ich die Wiederholung vornehmen. Ich setzte die Störungsrechnung bis 1897 Oktober 26 fort und rechnete mit Elementen, die für Oktober 26,5 oskulieren, mit zweitägiger Zwischenzeit die Vergleichungsephemeride, mit der die beiden Wiener Beobachtungen vom 24. und 28. Oktober verglichen wurden. Die Störungen wurden nochmals nach der Oppolzerschen Methode II gerechnet. Die Elemente erforderten nur geringe Verbesserungen. Mit verbesserten Elementen wurde die Störungsrechnung bis zur Erscheinung 1902 fortgesetzt. Die Vergleichungsephemeride wurde mit Elementen gerechnet, die für 1902 April 12.5 oskulieren. Die drei in Heidelberg von Herren Wolf und Courvoisier angestellten Beobachtungen wurden mit dieser

Ephemeride verglichen und zu einem Normalort zusammengezogen. Da der *37 Eigenbewegung zu haben scheint, habe ich die von Herrn Courvoisier im Jahre 1902 am Meridiankreis beobachtete Position unverändert beibehalten. Wie Herr Courvoisier mir mitteilte, waren die Beobachtungen wegen der Lichtschwäche des Planeten schwierig anzustellen. Da sie aber gut mit den photographisch ermittelten Örtern übereinstimmen, habe ich allen Beobachtungen gleiches Gewicht gegeben. Darauf wurden die Elemente nochmals verbessert. Mit den verbesserten Elementen wurde die Störungsrechnung bis zum 23. März 1908 fortgeführt. Die Elemente vom 18. Januar 1905 an wurden auf das Äquinoktium 1910.0 bezogen. Aus dem Jahre 1905 liegt nur eine Beobachtung aus Wien vor. 1906 wurde je eine Beobachtung in Wien und in Heidelberg angestellt. Die Vergleichungsephemeriden wurden mit Elementen gerechnet, die für 1905 September 5,5 und 1906 Oktober 20,5 oskulieren. Die Beobachtungen von 1906 stimmen unter sich vorzüglich überein und beweisen, daß nur noch sehr kleine Verbesserungen der Elemente notwendig sind. Da die Opposition 1907/8 nahe bevorstand und mir die Zeit mangelte zur Ableitung neuer Elemente, habe ich die Ephemeride mit unverbesserten, aber für Störungen durchweg korrigierten Elementen gerechnet und in den „Astronomischen Nachrichten“ Nr. 4205 veröffentlicht. Beobachtungen aus dieser Erscheinung sind mir nicht bekannt geworden.

Verbesserung der Normalörter.

Eine neue Bahnverbesserung mußte immerhin noch vorgenommen werden, wenn auch die Normalörter ganz befriedigend dargestellt wurden, denn die den früheren Rechnungen zugrunde liegenden Normalörter mußten noch verbessert werden. Herr Ristenpart gestattete mir dazu freundlichst die Benutzung des Zettelkatalogs der Geschichte des Fixsternhimmels, wofür ich ihm auch an dieser Stelle meinen Dank aussprechen möchte. Da die Sternörter aus der ersten Erscheinung unter sich schlecht übereinstimmten, hat Herr Courvoisier auf meine Bitte die fraglichen Örter am Meridiankreis der Königl. Berliner Sternwarte neu bestimmt, wofür ich ihm ebenfalls Dank schulde. Die mir mitgeteilten Sternörter habe ich am Schluß des Sternverzeichnisses mit beigefügt, während sie im Verzeichnis selbst auf die Äquinoktien 1888 und 1889 bezogen sind. Für die definitiven Sternörter habe ich ältere Beobachtungen nicht verwertet. Eigenbewegungen wurden, außer bei *37, nicht bemerkt. Bei einigen Sternen mußten die Kataloge der photographischen Himmelskarte mit benutzt werden. Wie aus dem Verzeichnis hervorgeht, stimmen die diesen Katalogen entnommenen Positionen gut mit denen aus den Katalogen der Astronomischen Gesellschaft und den Küstnerschen Katalogen entnommenen überein. Bei *25 habe ich den photographisch ermittelten Sternort als den wahrscheinlichsten angenommen. Die bei der Beobachtung vom Jahre 1906 benutzten Vergleichsterne hat mir Herr Wolf nicht mitgeteilt. Bei den im Verzeichnis der Beobachtungen gegebenen Werten „$B—R$“ sind die definitiven Sternörter bereits berücksichtigt.

Auswahl der Bahnverbesserungsmethode.

Aus der ausführlich auf Seite 34 mitgeteilten Ausgleichungsrechnung geht hervor, daß die schwache Proportionalität zwischen den Faktoren von ΔM und Δs auf das Endresultat keinen Einfluß ausübt. Die doppelte Auflösung der Normalgleichungen hätte andernfalls wesentlich voneinander verschiedene Werte für die Elementenverbesserungen ergeben müssen. Ganz ohne Einfluß würde die Proportionalität sein, wenn es gelänge, solche Elemente oder Elementenkombinationen einzuführen, daß dadurch die Idealform der Normalgleichungen vollständig oder wenigstens genähert hergestellt werden könnte. Die Normalgleichungen haben die Form: $[aa]\,x + [ab]\,y + [ac]\,z + [ad]\,t = n_1$ usw.

Werden darin die Koeffizienten $[ab]$, $[ac]$ usw. $= 0$ oder angenähert $= 0$, so hat man sofort:

$$x = \frac{n_1}{[aa]}, \quad y = \frac{n_2}{[bb]}, \quad z = \frac{n_3}{[cc]}, \quad t = \frac{n_4}{[dd]}.$$

Die Unbekannten ergeben sich aus solchen Gleichungen also vollständig unabhängig voneinander. Man wird daher bei der Bahnverbesserung danach trachten müssen, diese Idealform herzustellen. Bei Satellitenbahnen mag das immer gelingen, bei Planetoidenbahnen aber nur in den seltensten Fällen. Der Faktor von $\Delta\mu$ ist im wesentlichen eine Funktion der Zeit. Durch geeignete Wahl der Ausgangsepoche könnte man die Faktoren von $\Delta\mu$ bis auf den quadratischen Faktor vielleicht immer zum Verschwinden bringen. Damit würde mindestens ein Element, und zwar das wichtigste, unabhängig von den anderen bestimmt sein. Die Faktoren $\Delta\varphi$ hängen hauptsächlich von der wahren Anomalie ab, sind also periodischer

Natur. Sie werden daher von selbst verschwinden, wenn die Normalörter gleichmäßig auf alle Anomalien verteilt sind. Dazu geeignete Beobachtungen wird der Rechner in den seltensten Fällen zur Verfügung haben. Um für den vorliegenden Fall einen Überblick zu haben, füge ich allen Fehlergleichungen (S. 40) die entsprechenden wahren Anomalien bei. Wie man sieht, wird es unter keinen Umständen gelingen, die Faktoren von $\Delta\varphi$ in den Normalgleichungen zum Verschwinden zu bringen. Wählt man für die beiden anderen Elementenverbesserungen ΔM und $\Delta\pi$ (oder das nur wenig davon verschiedene Δs), so können deren Faktoren ebenfalls nicht zum Verschwinden gebracht werden. Aus der geometrischen Bedeutung von M und π folgt sofort, daß einer Änderung in einem dieser Elemente auch eine gleich große (im entgegengesetzten Sinne) in dem anderen Element entsprechen muß. Für Bahnen mit schwacher Exzentrizität empfiehlt es sich vielleicht, statt ΔM ΔL zu wählen. Herr Newcomb wählt zur Verbesserung der Bahn des Planeten Polyhymnia ΔM und $\Delta\pi$.

Ich rechnete nun alle Differentialquotienten noch einmal mit den verbesserten Elementen. Die Normalörter wurden neu gebildet und als gleichwertig betrachtet. Obgleich aus den Erscheinungen 1893 und 1905 nur je eine Beobachtung vorliegt, habe ich dennoch diese Örter als Normalörter verwandt und ihnen auch das Gewicht 1 gegeben, weil sie die einzigen Beobachtungen in den entsprechenden Stücken der Bahn sind. Wenn in den entsprechenden späteren Oppositionen genügend Normalörter vorliegen werden, können diese Normalörter weggelassen werden.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

Die Ausgangselemente B lauteten:

Oskulationsepoche 1891 Februar 0,0 M. Z. Berlin

$$\left.\begin{aligned} \pi &= 308^\circ\,44'\,42''.00 \\ \Omega &= 75^\circ\,26'\,12''.10 \\ i &= 2^\circ\,22'\,34''.20 \end{aligned}\right\} 1890.0$$

$$L = 102^\circ\ 7'\ 7''.08$$
$$\varphi = 4^\circ\,43'\,14''.20$$
$$\mu = 403''.1860.$$

Die allmählich gefundenen Elementenverbesserungen sind:

aus den Erscheinungen	1888 bis 1894	1888 bis 1897	1888 bis 1902	Summe
ΔL =	$-$ 1′ 35″.00	+ 1″.04	+ 0″.22	$-$ 1′ 33″.74 $-$ $(t - t_0)$ 0″,051 743
$\Delta\pi$ =	+ 9′ 20″.75	+ 9″.10	+ 0″.57	+ 9′ 30″.42
$\Delta\Omega$ =	+ 27″.59	+ 0″.57	+ 6″.66	+ 34″.82
Δi =	$-$ 2″.89	$-$ 0″.09	+ 0″.10	$-$ 2″.88
$\Delta\varphi$ =	+ 6″.85	$-$ 4″.33	+ 0″.15	+ 2″.67
$\Delta\mu$ =	$-$ 0″.041 83	$-$ 0″.008 983	$-$ 0″.000 930	$-$ 0″.051 743.

Die verbesserten Elemente I sind daher:

Oskulationsepoche 1891 Februar 0,0

$$\left.\begin{aligned} \pi &= 308^\circ\,54'\,12''.42 \\ \Omega &= 75^\circ\,26'\,46''.92 \\ i &= 2^\circ\,22'\,31''.32 \end{aligned}\right\} 1890.0$$

$$L = 102^\circ\ 5'\,33''.34$$
$$\varphi = 4^\circ\,43'\,16''.87$$
$$\mu = 403'',134\,257$$

Heliozentrische Äquatorial-Koordinaten:

$$x = [9{,}999\,650\,2]\ r \sin (165^\circ\,26'\ 3''.78 + u)$$
$$y = [9{,}960\,627\,8]\ r \sin (\ 76^\circ\,27'\,36''.25 + u)$$
$$z = [9{,}611\,925\,1]\ r \sin (\ 70^\circ\,17'\,52''.78 + u).$$

Daraus folgen die Differentialquotienten der Äquatorial-Konstanten nach den Elementen:

$\log \frac{dA}{d\Omega} = 0{,}000\,33$	$\log \frac{dB}{d\Omega} = 0{,}001\,50$	$\log \frac{dC}{d\Omega} = 9{,}985\,87$
$\log \frac{dA}{di} = 8_n004\,19$	$\log \frac{dB}{di} = 9{,}636\,96$	$\log \frac{dC}{di} = 0_n322\,08$
$\log \frac{da}{d\Omega} = 7_n945\,03$	$\log \frac{db}{d\Omega} = 9{,}577\,80$	$\log \frac{dc}{d\Omega} = 0_n262\,90$
$\log \frac{da}{di} = 9_n912\,84$	$\log \frac{db}{di} = 0_n342\,00$	$\log \frac{dc}{di} = 1{,}199\,44.$

Aus den Störungstafeln ergeben sich für die Normalörter folgende Störungsbeträge:

	I	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*
ΔL	− 2′10″.02	− 1′51″.89	+ 0′26″.14	+ 0′25″.07	+ 0′28″.32	+ 0′ 10″.33	− 0′ 2″.76
$\Delta\pi$	−46′34″.75	−45′ 1″.88	−24′38″.76	−22′50″.17	−21′15″.86	2′ 6″.67	+ 0′ 29″.27
$\Delta\Omega$	− 3″.10	− 1″.96	+ 9″.32	+ 9″.88	+ 10″.27	+ 2″.76	− 0″.70
Δi	+ 2″.95	+ 2″.92	+ 2″.08	+ 1″.96	+ 1″.86	+ 0″.21	− 0″.05
$\Delta\varphi$	+ 24″.97	+ 29″.56	+ 53″.42	+ 52″.71	+ 51.″79	+ 9″.31	− 2″.34
$\Delta\mu$	+ 0″.6979	+ 0″.6709	+ 0″.3642	+ 0″.3390	+ 0″.3173	+ 0″.0360	- 0″.0086

	VIII	*IX*	*X*	*XI*	*XII*	*XIII*	*XIV*
ΔL	− 3′12″.09	− 9′25″.89	-17′52″.53	−43′56″.10	54′ 6″.89	−27′33″.26	−13′44″.12
$\Delta\pi$	+ 13′ 4″.22	+ 10′11″.72	1′49″.94	−46′18″.99	−44′ 9″.88	+ 18′ 6″.13	+ 29′47″.20
$\Delta\Omega$	− 39″.06	− 1′ 6″.73	-- 1′ 0″.41	- 2′ 5″.02	− 3′11″.16	3′43″.54	- 3′43″.97
Δi	− 1″.40	− 1″.53	− 1″.87	- 0′ 3″.83	− 0′ 3″.06	− 0′ 0″.86	-- 0′ 0″.94
$\Delta\varphi$	− 2′ 5″.06	− 4′33″.03	-- 6′12″.05	− 6′39″.55	+ 0′ 7″.92	-- 1′50″.43	− 3′ 7″.72
$\Delta\mu$	−0″.3554	0″.6953	−0″.8938	−0″.828 82	+0″.523 89	+1″.567 78	+ 1″.564 44.

Für den Übergang auf die Äquinoktien 1900,0 und 1910,0 hat man:

$\Delta\pi$	+ 8′ 22″.64	+ 8′ 22″.60
$\Delta\Omega$	+ 6′ 30″.18	+ 6′ 30″.29
Δi	+ 0″.69	+ 0″.70.

Damit ergeben sich folgende oskulierende Elemente:

	I	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*
	1888 Okt. 31,0	1888 Dez. 1,0	1889 Nov. 25,0	1889 Dez. 5,0	1890 Jan. 20,0	1890 Dez. 20,0	1891 Febr. 10.9
M	61° 52′ 49″.29	65° 19′ 51″.71	105° 13′ 45″.82	108° 33′ 36″.19	111° 26′ 46″.62	148° 31′ 26″.28	154° 18′ 0″.23
ω	232° 40′ 53″.82	232° 42′ 25″.58	233° 2′ 37″.42	233° 4′ 25″.45	233° 5′ 59″.37	233° 25′ 16″.07	233° 27′ 55″.47
Ω	75° 26′ 43″.82	75° 26′ 44″.96	75° 26′ 56″.24	75° 26′ 56″.80	75° 26′ 57″.19	75° 26′ 49″.68	75° 26′ 46″.22
i	2° 22′ 34″.27	2° 22′ 34″.24	2° 22′ 33″.40	2° 22′ 33″.28	2° 22′ 33″.18	2° 22′ 31″.53	2° 22′ 31″.27
φ	4° 43′ 41″.84	4° 43′ 46″.43	4° 44′ 10″.29	4° 44′ 9″.58	4° 44′ 8″.66	4° 43′ 26″.18	4° 43′ 14″.53
μ	403″.832 16	403″.805 16	403″.498 16	403″.473 26	403″.451 56	403″.170 26	403″.125 66

	VIII	*IX*	*X*	*XI*	*XII*	*XIII*	*XIV*
	1892 März 4.5	1893 April 8,0	1894 Mai 26,0	1897 Okt. 26,5	1902 April 10,5	1905 Sept. 5,5	1906 Okt. 20,5
M	197° 32′ 33″.25	242° 13′ 24″.45	288° 31′ 53″.92	68° 45′ 35″.64	250° 38′ 12″.04	29° 20′ 58″.69	75° 17′ 51″.53
ω	233° 41′ 8″.78	233° 38′ 43″.95	233° 26′ 35″.97	232° 45′ 3″.99	232° 48′ 19″.24	233° 52′ 49″.94	234° 4′ 31″.44
Ω	75° 26′ 7″.86	75° 25′ 40″.19	75° 25′ 46″.51	75° 31′ 12″.08	75° 30′ 5″.94	75° 36′ 3″.85	75° 36′ 3″.42
i	2° 22′ 29″.92	2° 22′ 29″.79	2° 22′ 29″.45	2° 22′ 28″.18	2° 22′ 28″.95	2° 22′ 31″.86	2° 22′ 31″.78
φ	4° 41′ 11″.81	4° 38′ 43″.84	4° 37′ 4″.82	4° 36′ 37″.32	4° 43′ 24″.79	4° 41′ 26″.44	4° 40′ 9″.15
μ	402″.778 86	402″.438 96	402″.240 46	402″.305 44	403″.658 15	404″.702 04	404″.698 68.

Die Elemente *XI* und *XII* sind auf das Äquinoktium 1900,0, *XIII* und *XIV* auf 1910,0, alle anderen auf 1890,0 bezogen. Für diese Elemente wurden die Littrowschen und die Gaußischen Äquatorialkonstanten abgeleitet und damit bei siebenstelliger Rechnung unter Beibehaltung der im Berliner Jahrbuch gegebenen Sonnenkoordinaten die mittleren Örter für die Zeiten der Normalörter abgeleitet.

Die Normalörter und ihre Darstellung durch die Elemente bringt folgende Tabelle:

	I	*II*	*III*	*IV*	*V*
AR	12° 42′ 22″.68	10° 38′ 34″.66	60° 24′ 8″.10	56° 6′ 42″.75	54° 43′ 52″.25
δ	+ 2° 40′ 44″.63	+ 2° 10′ 24″.85	+ 19° 58′ 17″.98	+ 19° 17′ 54″.89	+ 19° 10′ 1″.19
$B_\alpha - R_\alpha$	− 2″.68	− 1″.16	+ 1″.10	+ 0″.11	+ 3″.51
$B_\delta - R_\delta$	− 0″.56	− 0″.12	+ 0″.04	− 1″.09	+ 4″.31

	VI	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
AR	106° 58′ 38″.09	99° 20′ 29″.24	141° 55′ 39″.52	180° 21′ 53″.95	221° 14′ 24″.01
δ	+ 23° 52′ 53″.80	+ 24° 40′ 18″.71	+ 17° 52′ 55″.94	+ 2° 58′ 36″.60	− 14° 29′ 39″.80
$B_\alpha - R_\alpha$	+ 1″.82	+ 1″.14	+ 0″.41	− 1″.65	+ 3″.16
$B_\delta - R_\delta$	+ 1″.55	+ 3′.21	− 0″.54	+ 1″.33	+ 0″.22

	XI	*XII*	*XIII*	*XIV*
AR	22° 35′ 46″.0	188° 1′ 14″.35	346° 43′ 43″.2	34° 54′ 25″.65
δ	+ 6° 55′ 15″.1	— 0° 26′ 43″.67	— 9° 8′ 32″.8	+ 11° 46′ 8″.80
$B_\alpha - R_\alpha$	+ 1″.8	— 4″.78	— 6″.0	— 1″.05
$B_\delta - R_\delta$	+ 0″.1	+ 0″.15	— 3″.9	— 1″.15

Schlußverbesserung der Bahn.

Aus den Fehlergleichungen [Faktoren logarithmisch]:

					wahre Anomalie v	
I_ψ	0.138 173 ΔM_0	0.106 815 Δs	0.381 590 $\Delta\varphi$	3_n070 363 $\Delta\mu$	70°	= — 2″.67
II_ψ	0.088 517	0.057 877	0.335 508	3_n021 659	74	= — 1.55
III_ψ	0.085 684	0.110 847	0.366 856	2_n722 765	114	= + 1.01
IV_ψ	0.063 251	0.087 886	0.345 356	2_n715 921	117	= — 0.18
V_ψ	0.021 062	0.046 565	0.302 200	2_n673 832	120	= + 4.35
VI_ψ	0.037 453	0.100 347	0.016 343	1_n272 943	153	= + 1.53
VII_ψ	0.012 938	0.075 335	0.004 338	1_n697 233	158	= + 0.95
$VIII_\psi$	0.025 811	0.093 763	9_n709 241	2.582 474	195	= + 0.53
IX_ψ	0.063 782	0.103 724	0_n294 322	2.950 000	234	= — 2.05
X_ψ	0.123 692	0.111 042	0_n413 642	3.195 923	280	= + 2.81
XI_ψ	0.136 408	0.115 995	0.409 880	3.524 937	78	= + 1.66
XII_ψ	0.077 861	0.109 246	0_n343 810	3.687 270	242	= — 4.42
$XIII_\psi$	0.188 438	0.127 465	0.198 366	3.915 365	34	= — 6.97
XIV_ψ	0.142 646	0.115 813	0.418 825	3.902 570	84	= — 1.37

I_χ	6_n4973 ΔM_0	7_n0175 Δs	7_n7304 $\Delta\varphi$	0_n490 563 $\Delta\mu$	0.083 826 Δp	9_n630 524 Δq	= + 0.58
II_χ	6_n2560	6_n4340	6_n9505	0_n477 158	0.050 574	9_n500 411	= + 0.36
III_χ	6.3523	5_n1548	7.0992	0_n479 808	0.071 304	9.721 563	= — 0.21
IV_χ	6.3599	6.7658	6_n9716	0.152 064	0.040 671	9.751 774	= — 1.08
V_χ	6.9960	7.2265	7.0417	0.389 072	9.993 325	9.753 024	= + 3.26
VI_χ	6_n4614	6_n3083	7_n4560	0.047 170	9.757 534	0.051 269	= + 1.68
VII_χ	7.0031	7.2383	7_n9443	0.601 823	9.652 869	0.047 315	= + 3.24
$VIII_\chi$	7.1477	7.1215	8_n1140	0.722 617	9_n507 935	0.080 714	= — 0.40
IX_χ	7.2246	6.9815	7_n9314	0.751 649	0_n015 145	9.869 906	= + 0.54
X_χ	6.7231	6.4365	5_n5560	0.223 257	0_n106 775	9_n331 899	= + 1.23
XI_χ	6.5998	6_n6840	7_n5323	0_n455 090	0.106 191	9_n447 150	= — 0.58
XII_χ	7.1777	6.8061	7_n8401	1.022 382	0_n055 938	9.780 512	= — 1.82
$XIII_\chi$	7.0371	6.0984	8_n2207	9_n806 767	9.879 269	0_n044 030	= — 1.30
XIV_χ	7.1955	6.7083	6_n2974	0.681 178	0.114 157	9_n096 211	= — 0.71

ergeben sich nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Einführung folgender Homogenitätsfaktoren:

$$\log x = 0.188\,438 + \log \Delta M_0 \qquad \log t = 3.915\,365 + \log \Delta\mu$$
$$\log y = 0.127\,465 + \log \Delta s \qquad \log u = 0.114\,157 + \log \Delta p$$
$$\log z = 0.418\,825 + \log \Delta\varphi \qquad \log \omega = 0.080\,714 + \log \Delta q,$$

die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
8{,}992\,61\,x + 10{,}450\,21\,y + 4{,}032\,84\,z + 2{,}599\,51\,t + 0{,}000\,01\,u + 0{,}000\,21\,\omega &= -7'',1750\\
10{,}450\,21\,x + 12{,}248\,60\,y + 4{,}430\,90\,z + 2{,}818\,40\,t - 0{,}000\,06\,u + 0{,}000\,38\,\omega &= -6'',8273\\
4{,}032\,84\,x + 4{,}430\,90\,y + 8{,}521\,31\,z + 0{,}801\,16\,t - 0{,}000\,23\,u - 0{,}000\,52\,\omega &= -0'',2469\\
2{,}599\,51\,x + 2{,}818\,40\,y + 0{,}801\,16\,z + 2{,}556\,68\,t - 0{,}000\,10\,u + 0{,}000\,21\,\omega &= -9'',6352\\
0{,}000\,01\,x - 0{,}000\,06\,y - 0{,}000\,23\,z - 0{,}000\,10\,t + 8{,}765\,45\,u - 0{,}545\,78\,\omega &= +2'',1077\\
0{,}000\,21\,x + 0{,}000\,38\,y - 0{,}000\,52\,z + 0{,}000\,21\,t - 0{,}545\,78\,u + 5{,}128\,67\,\omega &= +5'',4132\\
[nn] &= 151.385
\end{aligned}$$

und die Eliminationsgleichungen:

$$\begin{aligned}
8{,}992\,61\,x + 10{,}450\,21\,y + 4{,}032\,84\,z + 2{,}599\,51\,t + 0{,}000\,01\,u + 0{,}000\,21\,\omega &= \quad 7''.1750\\
+\ 0{,}104\,53\,y - 0{,}255\,62\,z - 0{,}202\,46\,t - 0{,}000\,07\,u + 0{,}000\,14\,\omega &= +\ 1''.5107\\
+ 6{,}087\,67\,z - 0{,}859\,70\,t - 0{,}000\,41\,u - 0{,}000\,28\,\omega &= +\ 6''.6649\\
+ 1{,}291\,70\,t - 0{,}000\,30\,u + 0{,}000\,37\,\omega &= -\ 3''.6940\\
+ 8{,}765\,45\,u - 0{,}545\,78\,\omega &= +\ 2''.1083\\
+ 5{,}094\,69\,\omega &= +\ 5''.5445\\
[nn_6] &= 99.426
\end{aligned}$$

oder, wenn eine andere Reihenfolge der Unbekannten gewählt wird:

$$\begin{aligned}
2{,}556\,68\,t + 0{,}000\,21\,\omega - 0{,}000\,10\,u + 0{,}801\,16\,z + 2{,}599\,51\,x + 2{,}818\,40\,y &= -\ 9{,}6352\\
+ 5{,}128\,67\,\omega - 0{,}545\,78\,u - 0{,}000\,59\,z - 0{,}000\,00\,x + 0{,}000\,15\,y &= +\ 5{,}4140\\
+ 8{,}707\,37\,u - 0{,}000\,26\,z + 0{,}000\,11\,x + 0{,}000\,07\,y &= +\ 2{,}6835\\
+ 8{,}270\,16\,z + 3{,}218\,26\,x + 3{,}547\,73\,y &= +\ 2{,}7731\\
+ 5{,}097\,20\,x + 6{,}204\,03\,y &= +\ 1{,}5425\\
+ 0{,}068\,58\,y &= +\ 0{,}72704\\
[nn_6] &= 99.420.
\end{aligned}$$

Die Unbekannten und ihre Gewichte werden:

$\log x = 1_n 100\,40$	$\log \Delta M_0 = 0_n 911\,96$	$\log p_M = 8.661\,58$
$\log y = 1.025\,34$	$\log \Delta s = 0.897\,88$	$\log p_s = 8.836\,22$
$\log z = 9.839\,50$	$\log \Delta \varphi = 9.420\,68$	$\log p_\varphi = 0.745\,43$
$\log t = 0_n 456\,28$	$\log \Delta \mu = 6_n 540\,92$	$\log p_\mu = 0.111\,62$
$\log u = 9.489\,20$	$\log \Delta p = 9.375\,04$	$\log p_p = 0.939\,89$
$\log \omega = 0.036\,74$	$\log \Delta q = 9.956\,03$	$\log p_q = 0.707\,12.$

Setzt man diese Werte in die Fehlergleichungen ein, so ergibt sich folgende Darstellung der Normalörter:

	I	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*
δ_ψ	— 2″.597	— 1.501	— 0.040	— 1.277	+ 3.429	+ 0.195	— 0.323	— 0.344
δ_χ	+ 0″.666	+ 0.373	— 0.963	— 1.843	+ 2.542	+ 0.523	+ 2.126	— 1.407

	IX	*X*	*XI*	*XII*	*XIII*	*XIV*	$[\Sigma\delta\delta]$
δ_ψ	— 1.797	+ 4,690	+ 2,952	— 2.539	— 2,528	— 0,463	99.28
δ_χ	+ 0.114	+ 1,736	— 0,630	— 2.070	+ 1,735	— 0,883	

Der mittlere Fehler eines Normalorts vom Gewicht 1 wird:

$$\mu = \pm\ 2'',1028.$$

Die Elementenverbesserungen und ihre mittleren Fehler sind:

$\Delta M_0 =$	— 8″.615	± 6″.36
$\Delta \pi =$	+ 7″.890	± 5″.99
$\Delta \varphi =$	+ 0″.263	± 0″.34
$\Delta \mu =$	— 0″.000 347 5	± 0″.000 225
$\Delta \Omega =$	— 17″.611	± 5″.23
$\Delta i =$	+ 0″.147	± 0″.70.

Die Schlußelemente lauten daher:

Oskulationsepoche 1891 Februar 0,0

$$\left.\begin{aligned} L &= 102^0\ 5'\ 32''.62\\ \pi &= 308^0\ 54'\ 20''.31\\ \Omega &= \ 75^0\ 26'\ 29''.31\\ i &= \ \ 2^0\ 22'\ 31''.47 \end{aligned}\right\} 1890.0$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \ \ 4^0\ 43'\ 17''.13\\ \mu &= 403''.133\,910 \end{aligned}$$

oder: Oskulationsepoche 1907 Dez. 6.5 M. Z. Berlin

$$\begin{aligned} M &= 121^0\ 15'\ 47''.26\\ \omega &= 234^0\ 28'\ 20''.52\\ \Omega &= \ 75^0\ 35'\ 57''.14\\ i &= \ \ 2^0\ 22'\ 29''.93 \end{aligned} \Big\} 1910{,}0$$

$$\begin{aligned} \varphi &= \ \ 4^0\ 37'\ 35''.94\\ \mu &= 404''.292\,04. \end{aligned}$$

Ephemeriden.

M. Z. Berlin	α vera	$\Delta\alpha$	δ vera	$\Delta\delta$	log Δ	$\Delta\Delta$	Lichtzeit
	Ephemeride für die Erscheinung 1888/89:						
1888 Oktober 25.0	$0^h\,53^m\,51^s.64$		$+\,2^\circ\,56'\,32''.7$		0.49989		$26^m\,16^s.0$
		$-\,31^s.24$		$-\,2'\,45''.4$		$+\,82$	
26.0	0 53 20.40		+ 2 53 47.3		0.50071		26 19.0
		− 30.75		− 2 41.7		+ 86	
27.0	0 52 49.65		+ 2 51 5.6		0.50157		26 22.1
		− 30.22		− 2 37.7		+ 90	
28.0	0 52 19.43		+ 2 48 27.9		0.50247		26 25.4
		− 29.66		− 2 33.5		+ 92	
29.0	0 51 49.77		+ 2 45 54.4		0.50339		26 28.8
		− 29.08		− 2 29.2		+ 96	
30.0	0 51 20.69		+ 2 43 25.2		0.50435		26 32.4
		− 28.50		− 2 24.9		+ 101	
31.0	0 50 52.19		+ 2 41 0.3		0.50536		26 36.0
		− 27.88		− 2 20.3		+ 104	
Novbr. 1.0	0 50 24.31		+ 2 38 40.0		0.50640		26 39.8
		− 27.23		− 2 15.6		+ 106	
2.0	0 49 57.08		+ 2 36 24.4		0.50746		26 43.7
		− 26.55		− 2 10.9		+ 110	
3.0	0 49 30.53		+ 2 34 13.5		0.50856		26 47.8
		− 25.88		− 2 5.9		+ 113	
4.0	0 49 4.65		+ 2 32 7.6		0.50969		26 52.0
		− 25.17		− 2 0.9		+ 116	
5.0	0 48 39.48		+ 2 30 6.7		0.51085		26 56.4
		− 24.43		− 1 55.8		+ 120	
6.0	0 48 15.05		+ 2 28 10.9		0.51205		27 0.8
		− 23.69		− 1 50.6		+ 122	
7.0	0 47 51.36		+ 2 26 20.3		0.51327		27 5.3
		− 22.93		− 1 45.2		+ 126	
8.0	0 47 28.43		+ 2 24 35.1		0.51453		27 10.0
		− 22.15		− 1 39.8		+ 128	
9.0	0 47 6.28		+ 2 22 55.3		0.51581		27 14.8
		− 21.35		− 1 34.5		+ 131	
10.0	0 46 44.93		+ 2 21 20.8		0.51712		27 19.8
1889 Novbr. 27.0	0 42 52.93		+ 2 9 17.9		0.54292		29 0.2
		− 5.55		+ 0 10.7		+ 166	
28.0	0 42 47.38		+ 2 9 28.6		0.54458		29 6.9
		− 4.62		+ 0 16.7		+ 167	
29.0	0 42 42.76		+ 2 9 45.3		0.54625		29 13.6
		− 3.70		+ 0 22.6		+ 169	
30.0	0 42 39.06		+ 2 10 7.9		0.54794		29 20.4
		− 2.76		+ 0 28.6		+ 170	
Dezbr. 1.0	0 42 36.30		+ 2 10 36.5		0.54964		29 27.3
		− 1.81		+ 0 34.6		+ 172	
2.0	0 42 34.49		+ 2 11 11.1		0.55136		29 34.3
		− 0.89		+ 0 40.6		+ 172	
3.0	0 42 33.60		+ 2 11 51.7		0.55308		29 41.3
		+ 0.03		+ 0 46.5		+ 174	
4.0	0 42 33.63		+ 2 12 38.2		0.55482		29 48.5
		+ 0.97		+ 0 52.4		+ 174	
5.0	0 42 34.60		+ 2 13 30.6		0.55656		29 55.7
		+ 1.91		+ 0 58.3		+ 176	
6.0	0 42 36.51		+ 2 14 28.9		0.55842		30 2.9
		+ 2.84		+ 0 64.1			

M. Z. Berlin	α vera	$\Delta\alpha$	δ vera	$\Delta\delta$	log Δ	$_4\Delta$	Lichtzeit
	Ephemeride für die Erscheinung 1888/89 (Fortsetzung):						
1889 Januar 2.0	0h 49m 0s.61		+ 3° 14′ 51″.7		0.606 18		33m 33s.0
		+ 25s.67		+ 3′ 22″.8		+ 173	
3.0	0 49 26.28		+ 3 18 14.5		0.607 91		33 41.0
		+ 26.40		+ 3 27.0		+ 173	
4.0	0 49 52.68		+ 3 21 41.5		0.609 64		33 49.1
		+ 27.14		+ 3 31.2		+ 172	
5.0	0 50 19.82		+ 3 25 12.7		0.611 36		33 57.1
		+ 27.87		+ 3 35.5		+ 171	
6.0	0 50 47.69		+ 3 28 48.2		0.613 07		34 5.2
		+ 28.60		+ 3 39.8		+ 171	
7.0	0 51 16.29		+ 3 32 28.0		0.614 78		34 13.2
	Opp. in AR. Oktober 9. Größe = 13.6.						
	Ephemeride für die Erscheinung 1889/90:						
1890 Novbr. 17.0	4h 6m 55s.29		+ 20° 10′ 23″.6		0.530 74		28m 12s.0
		— 39s.34		— 1′ 27″.8		— 16	
18.0	4 6 15.95		+ 20 8 55.8		0.530 58		28 11.4
		— 39.50		— 1 28.6		— 12	
19.0	4 5 36.45		+ 20 7 27.2		0.530 46		28 11.0
		39.65		— 1 29.4		— 8	
20.0	4 4 56.80		+ 20 5 57.8		0.530 38		28 10.6
		- 39.77		— 1 29.9		— 4	
21.0	4 4 17.03		+ 20 4 27.9		0.530 34		28 10.5
		· 39.84		— 1 30.6		— 0	
22.0	4 3 37.19		+ 20 2 57.3		0.530 34		28 10.5
		— 39.88		— 1 31.3		+ 4	
23.0	4 2 57.31		+ 20 1 26.0		0.530 38		28 10.6
		· — 39.89		— 1 31.6		+ 8	
24.0	4 2 17.42		+ 19 59 54.4		0.530 46		28 11.0
		— 39.87		— 1 31.7		+ 12	
25.0	4 1 37.55		+ 19 58 22.7		0.530 58		28 11.4
		— 39.80		· 1 31.9		+ 16	
26.0	4 0 57.75		+ 19 56 50.8		0.530 74		28 12.0
		— 39.69		— 1 32.1		+ 20	
27.0	4 0 18.06		+ 19 55 18.7		0.530 94		28 12.8
		· 39.56		— 1 32.1		+ 24	
28.0	3 59 38.50		+ 19 53 46.6		0.531 18		28 13.8
		— 39.40		· 1 32.0		+ 29	
29.0	3 58 59.10		+ 19 52 14.6		0.531 47		28 14.9
Dezbr. 23.0	3 45 19.28		+ 19 19 57.6		0.549 32		29 26.0
		— 25.98		— 0 59.1		+ 115	
24.0	3 44 53.30		+ 19 18 58.5		0.550 47		29 30.7
		— 25.18		— 0 56.7		+ 118	
25.0	3 44 28.12		+ 19 18 1.8		0.551 65		29 35.5
		— 24.39		— 0 54.4		+ 121	
26.0	3 44 3.73		+ 19 17 7.4		0.552 86		29 40.5
		— 23.58		— 0 52.0		+ 124	
27.0	3 43 40.15		+ 19 16 15.4		0.554 10		29 45.5
		· 22.78		· 0 49.6		+ 126	
28.0	3 43 17.37		+ 19 15 25.8		0.555 36		29 50.5

M. Z. Berlin	α vera	$\Delta\alpha$	δ vera	$\Delta\delta$	log Δ	$_4\Delta$	Lichtzeit
	Ephemeride für die Erscheinung 1889/90 (Fortsetzung):						
1890 Januar 14.0	3h 39m 14s.89		+ 19° 8′ 52″.3		0.57981		31m 34s.4
		— 5s.54		+ 0′ 4″.6		+ 158	
15.0	3 39 9.35		+ 19 8 56.9		0.58139		31 41.3
		— 4.55		+ 0 7.7		+ 159	
16.0	3 39 4.80		+ 19 9 4.6		0.58298		31 48.3
		— 3.55		+ 0 10.9		+ 160	
17.0	3 39 1.25		+ 19 9 15.5		0.58458		31 55.4
		— 2.57		+ 0 14.1		+ 161	
18.0	3 38 58.68		+ 19 9 29.6		0.58619		32 2.5
		— 1.57		+ 0 17.3		+ 162	
19.0	3 38 57.11		+ 19 9 46.9		0.58781		32 9.7
		— 0.58		+ 0 20.5		+ 162	
20.0	3 38 56.53		+ 19 10 7.4		0.58943		32 16.9
		+ 0.41		+ 0 23.7		+ 163	
21.0	3 38 56.94		+ 19 10 31.1		0.59106		32 24.2
		+ 1.39		+ 0 26.9		+ 165	
22.0	3 38 58.33		+ 19 10 58.0		0.59271		32 31.5
		+ 2.39		+ 0 30.1		+ 165	
23.0	3 39 0.72		+ 19 11 28.1		0.59436		32 39.0
		+ 3.37		+ 0 33.1		+ 165	
24.0	3 39 4.09		+ 19 12 1.2		0.59601		32 46.5
		+ 4.34		+ 0 36.3		+ 165	
25.0	3 39 8.43		+ 19 12 37.5		0.59766		32 53.9
		+ 5.32		+ 0 39.5		+ 167	
26.0	3 39 13.75		+ 19 13 17.0		0.59933		33 1.5
	Opp. in AR. November 24. Größe = 13.9.						
	Ephemeride für die Erscheinung 1890/91:						
1890 Dezbr. 12.0	7h 12m 36s.66		+ 23° 41′ 58″.0		0.56380		30m 25s.9
		— 32s.86		+ 1′ 21″.2		— 77	
13.0	7 12 3.80		+ 23 43 19.2		0.56303		30 22.6
		— 33.54		+ 1 21.5		— 73	
14.0	7 11 30.26		+ 23 44 40.7		0.56230		30 19.6
		— 34.16		+ 1 21.8		— 69	
15.0	7 10 56.10		+ 23 46 2.5		0.56161		30 16.7
		— 34.75		+ 1 22.1		— 66	
16.0	7 10 21.35		+ 23 47 24.6		0.56095		30 14.0
		— 35.32		+ 1 22.2		— 63	
17.0	7 9 46.03		+ 23 48 46.8		0.56032		30 11.3
		— 35.87		+ 1 22.3		— 60	
18.0	7 9 10.16		+ 23 50 9.1		0.55972		30 8.8
		— 36.39		+ 1 22.3		— 56	
19.0	7 8 33.77		+ 23 51 31.4		0.55916		30 6.5
		— 36.87		+ 1 22.2		— 52	
20.0	7 7 56.90		+ 23 52 53.6		0.55864		30 4.3
1891 Januar 3.0	6 58 45.78		+ 24 11 14.1		0.55515		29 49.9
		— 40.65		+ 1 12.5		+ 4	
4.0	6 58 5.13		+ 24 12 26.6		0.55519		29 50.0
		— 40.63		+ 1 11.2		+ 7	
5.0	6 57 24.50		+ 24 13 37.8		0.55526		29 50.3
		— 40.60		+ 1 10.0		+ 11	
6.0	6 56 43.90		+ 24 14 47.8		0.55537		29 50.8
		— 40.53		+ 1 8.8		+ 15	

M. Z. Berlin	α vera	$\Delta\alpha$	δ vera	$\Delta\delta$	log Δ	$\Delta\Delta$	Lichtzeit
	Ephemeride für die Erscheinung 1890/91 (Fortsetzung):						
1891 Januar 7.0	$6^h\ 56^m\ 3^s.37$		$+\ 24^\circ 15'\ 56''.6$		0.555 52		$29^m\ 51^s.4$
		$-\ 40^s.43$		$+\ 1'\ 7''.5$		$+\ 19$	
8.0	6 55 22.94		+ 24 17 4.1		0.555 71		29 52.2
		− 40.29		+ 1 6.2		+ 24	
9.0	6 54 42.65		+ 24 18 10.3		0.555 95		29 53.2
		− 40.11		+ 1 5.0		+ 27	
10.0	6 54 2.54		+ 24 19 15.3		0.556 22		29 54.3
		− 39.91		+ 1 3.7		+ 30	
11.0	6 53 22.63		+ 24 20 19.0		0.556 52		29 55.5
Februar 9.0	6 37 46.03		+ 24 40 0.6		0.579 96		31 35.1
		− 21.09		+ 0 18.2		+ 123	
10.0	6 37 24.94		+ 24 40 18.8		0.581 19		31 40.5
		− 20.14		+ 0 17.8		+ 124	
11.0	6 37 4.80		+ 24 40 36.6		0.582 43		31 45.9
	Opp. in AR. Januar 4. Größe = 14.1.						
	Ephemeride für die Erscheinung 1892.						
1892 März 4.0	$9^h\ 28^m\ 5^s.58$		$+\ 17^\circ 51'\ 23''.3$		0.566 53		$30^m\ 37^s.4$
		$-\ 15^s.10$		$+\ 1'\ 5''.3$		$+\ 38$	
4.5	9 27 50.48		+ 17 52 28.6		0.566 91		30 39.0
		− 14.97		+ 1 4.4		+ 39	
5.0	9 27 35.51		+ 17 53 33.0		0.567 30		30 40.7
	Opp. in AR. Februar 11. Größe = 14.2.						
	Ephemeride für die Erscheinung 1893.						
1893 April 6.0	$12^h\ 2^m\ 45^s.58$		$+\ 2^\circ 50'\ 53''.8$		0.542 14		$28^m\ 57^s.0$
		$-\ 31^s.39$		$+\ 3'\ 3''.5$		$+\ 49$	
7.0	12 2 14.19		+ 2 53 57.3		0.542 63		28 59.0
		− 30.97		+ 3 0.1		+ 52	
8.0	12 1 43.22		+ 2 56 57.4		0.543 15		29 1.1
		− 30.57		+ 2 56.5		+ 55	
9.0	12 1 12.65		+ 2 59 53.9		0.543 70		29 3.3
		− 30.16		+ 2 53.0		+ 59	
10.0	12 0 42.49		+ 3 2 46.9		0.544 29		29 5.7
	Opp. in AR. März 22. Größe = 14.0.						
	Ephemeride für die Erscheinung 1894.						
1894 Mai 24.0	$14^h\ 46^m\ 31^s.13$		$-\ 14^\circ 36'\ 3''.0$		0.507 51		$26^m\ 43^s.9$
		$-\ 32^s.69$		$+\ 1'\ 59''.2$		$+\ 58$	
25.0	14 45 58.44		− 14 34 3.8		0.508 09		26 46.1
		− 32.15		+ 1 56.8		+ 61	
26.0	14 45 26.29		− 14 32 7.0		0.508 70		26 48.3
		− 31.63		+ 1 54.4		+ 65	
27.0	14 44 54.66		− 14 30 12.6		0.509 35		26 50.7
		− 31.10		+ 1 51.9		+ 69	
28.0	13 44 23.56		− 14 28 20.7		0.510 04		26 53.3
	Opp. in AR. Mai 7. Größe = 13.7.						

M. Z. Berlin	α vera	$\Delta\alpha$	δ vera	$\Delta\delta$	log Δ	$_4\Delta$	Lichtzeit
			Ephemeride für die Erscheinung 1897.				
1897 Oktbr. 22.5	1h 32m 40s.73		+ 7° 7′ 14″.3		0.501 99		26m 23s.6
		− 35s.61		− 3′ 6″.9		+ 36	
23.5	1 32 5.12		+ 7 4 7.4		0.502 35		26 25.0
		− 35.42		− 3 5.1		+ 40	
24.5	1 31 29.70		+ 7 1 2.3		0.502 75		26 26.5
		− 35.20		− 3 3.3		+ 43	
25.5	1 30 54.50		+ 6 57 59.0		0.503 18		26 28.1
		− 34.95		− 3 1.2		+ 48	
26.5	1 30 19.55		+ 6 54 57.8		0.503 66		26 29.7
		− 34.66		− 2 58.9		+ 52	
27.5	1 29 44.89		+ 6 51 58.9		0.504 18		26 31.6
		− 34.35		− 2 56.4		+ 56	
28.5	1 29 10.54		+ 6 49 2.5		0.504 74		26 33.7
		− 34.00		− 2 53.8		+ 60	
29.5	1 28 36.54		+ 6 46 8.7		0.505 34		26 35.9
		− 33.62		− 2 51.0		+ 64	
30.5	1 28 2.92		+ 6 43 17.7		0.505 98		26 38.3
			Opp. in AR. Oktober 19. Größe = 13.6.				
			Ephemeride für die Erscheinung 1902.				
1902 April 6.5	12h 34m 27s.12		− 0° 40′ 49″.6		0.532 73		28m 19s.8
		− 33s.81		+ 3′ 22″.3		+ 18	
7.5	12 33 53.31		− 0 37 27.3		0.532 91		28 20.5
		− 33.62		+ 3 20.2		+ 22	
8.5	12 33 19.69		− 0 34 7.1		0.533 13		28 21.4
		− 33.40		+ 3 17.9		+ 25	
9.5	12 32 46.29		− 0 30 49.2		0.533 38		28 22.4
		− 33.17		+ 3 15.3		+ 29	
10.5	12 32 13.12		− 0 27 33.9		0.533 67		28 23.5
		− 32.91		+ 3 12.9		+ 33	
11.5	12 31 40.21		− 0 24 21.0		0.534 00		28 24.8
		− 32.62		+ 3 10.2		+ 37	
12.5	12 31 7.59		− 0 21 10.8		0.534 37		28 26.3
		− 32.30		+ 3 7.3		+ 40	
13.5	12 30 35.29		− 0 18 3.5		0.534 77		28 27.9
		− 31.95		+ 3 4.3		+ 44	
14.5	12 30 3.34		− 0 14 59.2		0.535 21		28 29.5
		− 31.59		+ 3 1.1		+ 48	
15.5	12 29 31.75		− 0 11 58.1		0.535 69		28 31.4
		− 31.20		+ 2 57.8		+ 51	
16.5	12 29 0.55		− 0 9 0.3		0.536 20		28 33.5
			Opp. in AR. April 1. Größe 13.9.				
			Ephemeride für die Erscheinung 1905.				
1905 Septbr. 4.5	23h 7m 16s.53		− 9° 6′ 12″.8		0.469 81		24m 30s.5
		− 17s.66		− 1′ 51″.2		+ 0	
5.0	23 6 58.87		− 9 8 4.0		0.469 81		24 30.5
		− 17.68		− 1 50.8		+ 2	
5.5	23 6 41.19		− 9 9 54.8		0.469 83		24 30.6
		− 17.70		− 1 50.6		+ 2	
6.0	23 6 23.49		− 9 11 45.4		0.469 85		24 30.7
			Opp. in AR. September 8. Größe = 13.4.				

M. Z. Berlin	α vera	$\Delta\alpha$	δ vera	$\Delta\delta$	log Δ	$\Delta\Delta$	Lichtzeit
	Ephemeride für die Erscheinung 1906:						
1906 Oktbr. 16.5	$2^h 21^m 49^s.02$		+ 11° 56′ 25″.3		0.50739		$26^m 43^s.4$
		− 35s.16		− 2′ 47″.0		− 37	
17.5	2 21 13.86		+ 11 53 38.3		0.50702		26 42.1
		− 35.47		− 2 48.5		− 33	
18.5	2 20 38.39		+ 11 50 49.8		0.50669		26 40.9
		− 35.78		− 2 49.7		− 29	
19.5	2 20 2.61		+ 11 48 0.1		0.50640		26 39.8
		− 36.07		− 2 50.7		− 24	
20.5	2 19 26.54		+ 11 45 9.4		0.50616		26 38.9
		− 36.31		− 2 51.5		− 20	
21.5	2 18 50.23		+ 11 42 17.9		0.50596		26 38.2
		− 36.53		− 2 52.1		− 16	
22.5	2 18 13.69		+ 11 39 25.8		0.50580		26 37.6
		− 36.71		− 2 52.7		− 12	
23.5	2 17 36.98		+ 11 36 33.1		0.50568		26 37.1
		− 36.85		− 2 53.2		− 9	
24.5	2 17 0.13		+ 11 33 39.9		0.50559		26 36.8
	Opp. in AR. Oktober 30. Größe = 13.6.						

Verzeichnis der Vergleichsterne.

Nr.	Quelle	Katalog-Epoche	Größe	α h m s	δ ° ′ ″	Zahl der Beob.	Jahr der Beobachtungen	Nr. der B.-D.	Epoche d. Verzeichnisses	Red. ad l. app. in α s	in δ ″	
1	W 0^h 694 . . .	1825	9	0 41 53.44	+ 2 22 55.7	1		+ 2° 104	1888.0			
	Mü$_1$ 433	1880	10	0 41 53.42	+ 2 22 59.5	1	1846.0					
	Bo VI	1855	9.0	0 41 53.55	+ 2 22 56.3	2	1865.7					
	Kam 151 . . .	1855		0 41 53.44	+ 2 22 57.6	2	1861					Berlin M
	Y 394	1860	9	0 41 53.46	+ 2 22 57.2	2	1868.3					
	A G Alb 198 .	1875	8.9	0 41 53.41	+ 2 22 54.4	4	1881.1					
	Angenommen			**0 41 53.44**	**+ 2 22 55.0**					+ 2.61	+ 15.5	
2	W 0^h 698 . . .	1825	9	0 42 0.79	+ 2 17 27.3	1		+ 2° 105	1888.0			
	Rü 310	1850	9	0 42 1.05	+ 2 17 25.6	1	1846					
	Kam 153 . . .	1855		0 42 0.75	+ 2 17 31.0	2						Berlin M
	Kli 245	1860		0 42 0.62	+ 2 17 30.6	1	1861.9					
	Y 397	1860	9.1	0 42 0.75	+ 2 17 32.1	2	1868.3					
	A G Alb 199 .	1875	8.6	0 42 0.95	+ 2 17 29.8	2	1879.9					
	Mü$_2$ 237	1880	9	0 42 0.89	+ 2 17 28.2	1	1885.9					
	Angenommen			**0 42 0.93**	**+ 2 17 29.3**					+ 2.43	+ 14.0	
3	W 0^h 709 . . .	1825	9	0 42 28.15	+ 2 7 4.9	1		+ 1° 142	1888.0			
	Kam 155 . . .	1855		0 42 27.89	+ 2 7 4.9	2	1861.1					Berlin M
	Kli 247	1860		0 42 28.13	+ 2 7 10.6	1	1858.8					
	A G Alb 203 .	1875	8.7	0 42 27.97	+ 2 7 4.6	2	1880.7			+ 2.50	+ 14.4	November 27
	Angenommen			**0 42 27.96**	**+ 2 7 4.7**					+ 2.47	+ 14.3	November 30
										+ 2.45	+ 14.1	Dezember 3
4	Bo VI	1855	9.3	0 45 50.12	+ 2 36 35.1	1	1856.8	+ 2° 120	1888.0			
	Kam 172 . . .	1855	9–10	0 45 50.45	+ 2 36 30.3							Königsberg M
	Pola M	1889		0 45 50.20	+ 2 36 29.7	1						
	Ott P B 34 . .	1890		0 45 50.06	+ 2 36 33.9	2	1888.9					
	Berlin Courv. .	1907	9.7	0 45 50.03	+ 2 36 33.3	2	1907.8					
	Angenommen			**0 45 50.04**	**+ 2 36 33.5**					+ 2.66	+ 15.7	

Nr.	Quelle	Katalog-Epoche	Größe	α h m s	δ ° ′ ″	Zahl der Beob.	Jahr der Beobachtungen	Nr. der B.-D.	Epoche d. Verzeichnisses	Red. ad l. app. in α s	in δ ″	
5	Markree Zonen	1850		0 47 13.66	+2 29 15.3	1		+2°124	1888.0			
	Ottakring . . .	1889		0 47 13.63	+2 29 19.4	1						Anschluſs an Nr. 4
	Pola M	1889		0 47 13.50	+2 29 23.3	1						
	Ott PB 37 . .	1890		0 47 13.33	+2 29 19.6	1	1888.9					
	Berlin Courv. .	1907	⟨10	0 47 13.61	+2 29 19.6	2	1907.8					
	Angenommen			**0 47 13.61**	**+2 29 19.6**					+ 2.65	+ 15.5	
6	AN 120, 137 Nr. 1		9.3	0 49 45.91	+3 14 50.1	1	1889.0	+3°126	1889.0			Wien Anschluß
	Pola M	1889		0 49 45.68	+3 14 55.1	1						
	Berlin Courv. .	1907	10	0 49 45.67	+3 14 55.1	2	1907.8					
	Markree Zonen	1850		0 49 45.54	+3 14 52.1	1						
	Angenommen			**0 49 45.67**	**+3 14 55 1**					— 0.92	— 7.4	
7	Wien			0 51 34.52	+2 42 29.9	1	1888	+2°135	1889.0			Anschluß an Nr. 11
	Pola M	1889		0 51 34.97	+2 42 30.5	1						
	Ott PB 43 . .	1890		0 51 34.52	+2 42 29.2	1	1888.9					
	Berlin Courv .	1907	9.5	0 51 34.55	+2 42 29.8	1.2	1907.8					
	Angenommen			**0 51 34.54**	**+2 42 29.7**					+ 2.68	+ 15.6	
8	Markree Zonen	1850		0 52 25.60	+2 48 57.0	1		+2°137	1888.0			
	Bo VI	1855	9.4	0 52 24.85	+2 48 57.5	1	1856.8					
	Wien	1888		0 52 25.45	+2 48 55.2							Anschluß an Nr. 11
	Pola M	1889		0 52 25.24	+2 48 57.2	1						
	Ott PB 45 . .	1890		0 52 25.34	+2 48 53.4	2	1888.9					
	Berlin Courv. .	1907	⟨9.5	0 52 25.34	+2 48 54.5	1	1907.8					
	Angenommen			**0 52 25.34**	**+2 48 54.8**					+ 2.69	+ 15.7	
9	Markree Zonen	1850		0 52 37.60	+2 54 42.4	1		+2°138	1888.0			
	Wien	1889		0 52 37.37	+2 54 31.8	1						Anschluß an Nr. 12
	Ott PB 46 . .	1890	9.5	0 52 37.26	+2 54 35.9	1	1889.0					
	Berlin Courv. .	1907	9.7	0 52 37.52	+2 54 32.6	1	1907.8					
	Angenommen			**0 52 37.52**	**+2 54 32.6**					+ 2.69	15.7	
10	Markree Zonen	1850		0 53 55.17	+3 22 39.8	1		+3°135	1889.0			
	Rü 451	1850		0 53 54.96	+3 22 44.3	1	1851					
	Kli 310	1860		0 53 55.16	+3 22 43.0	1	1858.8					
	Y 518	1860	8.2	0 53 55.14	+3 22 43.4	3.2	1871.6, 1857.8					
	AG Alb 251 .	1875	8.9	0 53 55.17	+3 22 42.7	4	1879.6					
	Angenommen			**0 53 55.16**	**+3 22 42.8**					— 0.92	— 7.6	
11	HC 1715 . . .	1800	9	0 54 6.75	+2 42 00.3	1	1794.9	+2°141	1888.0			
	W 0^h 912 . . .	1825	9	0 54 7.54	+2 41 58.4	1						
	Par_2 1289 . . .	1860	9	0 54 7.14	+2 41 55.0	2	1859.8					
	Y 522	1860	7.7	0 54 7.09	+2 41 55.6	2	1858.0					
	AG Alb 252 .	1875	8.6	0 54 7.12	+2 41 55.1	2	1880.8					
	Angenommen			**0 54 7.12**	**+2 41 55.2**							
12	Par_2 1317 . . .	1860	9	0 55 23.70	+2 49 35.6	1.2	1857.8, 1857.3	+2°143	1888.0			
	AG Alb 259 .	1875	8.8	0 55 23.79	+2 49 35.2	3	1879.6					
	$Mü_1$ 537	1880	10	0 55 23.81	+2 49 37.3	1	1846.0					
	Par_3 1317 . . .	1875	9	0 55 23.73	+2 49 35.0	1	1879.9					
	Kli 323	1860		0 55 23.85	+2 49 36.6	1	1860.3					
	Kam 333 . . .	1875		0 55 23.57	+2 49 38.8	3	1878.9					Kremsmünster
	Kam 334 . . .	1875	8.7	0 55 23.75	+2 49 35.5	2	1884.0					Berlin M
	Kü Bonn . . .	1900	9.0	0 55 23.67	+2 49 35.1	3	1894.0					
	Angenommen			**0 55 23.70**	**+2 49 35.2**							
13	W III^h 872 . .	1825	9	3 41 7.31	+19 7 50.5	1	1828.0	+19°591	1890.0	— 0.21	— 1.3	Januar 14
	AG Berl A 1009	1875	9.3	3 41 6.80	+19 7 46.5	3.3	1870.4, 1870.6			— 0.23	— 1.4	Januar 16
	Angenommen			**3 41 6.80**	**+19 7 46.3**					— 0.24	— 1.4	Januar 17
										— 0.32	— 1.5	Januar 24
										— 0.34	— 1.5	Januar 25

Nr.	Quelle	Katalog-Epoche	Größe	α h m s	δ ° ′ ″	Zahl der Beob.	Jahr der Beobachtungen	Nr. der B.-D.	Epoche d. Verzeichnisses	Red. ad in α s	Red. ad in δ ″	I. app. in α s	I. app. in δ ″	
14	W III^h 921/922	1825	9	3 43 30.46	+ 19 13 39.6	2	1830.0	+19°600	1889.0					
	AG Berl A 1019	1875	8.5	3 43 30.19	+ 19 13 38.5	3.2	1870.6, 1870.7							
	Ott PB 117 .	1890		3 43 30.25	+ 19 13 38.6	1	1890.1							
	Angenommen			**3 43 30.20**	**+ 19 13 38.5**					+3.38	+10.1			Dezbr. 24
										+3.37	+10.1			Dezbr. 27
15	W III^h 971 . .	1825	8.5	3 46 11.59	+ 19 16 32.6	1	1828.0	+19°606	1889.0					
	Rü 1011 . . .	1836		3 46 11.37	+ 19 16 35.2	4								
	Rü 1980 . . .	1850		3 46 11.39	+ 19 16 33.7	1	1845							
	AG Berl A 1028	1875	8.5	3 46 11.43	+ 19 16 32.2	2	1870.5							
	Ott PB 118 .	1890		3 46 11.38	+ 19 16 34.7	1	1890.1							
	Kü Bonn . . .	1900		3 46 11.33	+ 19 16 31.4	2	1897.7							
	Angenommen			**3 46 11.37**	**+ 19 16 31.8**					+3.40	+ 9.9			
16	W III^h 1217/18	1825	8.5	3 58 46.19	+ 19 50 7.4	2	1827	+19°655	1889.0					
	AG Berl A 1078	1875	8.5	3 58 46.29	+ 19 50 6.7	2	1870.6							
	Rog 175. . . .	1875		3 58 46.27	+ 19 50 5.7	2	1873.0							
	Ott PB 121 .	1890		3 58 46.23	+ 19 50 8.9	2	1890.1							
	Angenommen			**3 58 46.26**	**+ 19 50 7.1**					+3.33	+ 8.7			Novemb.27
										+3.34	+ 8.8			Novemb.28
17	Rü 1085 . . .	1836	8	4 0 9.82	+ 20 0 7.8	2		+19°664	1889.0					
	Bo VI	1855	9.2	4 0 10.11	+ 20 0 7.9	1	1856.1							
	Bo VI	1855	9.2	4 0 10.19	+ 20 0 9.1	1	1862.1							
	Ott PB 122 .	1890		4 0 9.98	+ 20 0 10.5	1	1890.1							
	Bm$_1$ 211 . . .	1895		4 0 10.12	+ 20 0 8.9	2	1896.1							
	Angenommen			**4 0 10.12**	**+ 20 0 8.9**					+3.33	+ 8.6			
18	Ott PB 124 .	1890		**4 2 25.96**	**+ 20 5 32.0**	1	1890.1	+19°670	1889.0	+3.27	+ 8.4			
19	Wien	1889		4 6 53.30	+ 20 6 53.2	1	1889	+19°676	1889.0					Anschluß an Nr. 20
	Ott PB 127 .	1890	9.5	4 6 53.13	+ 20 6 55.3									
	Angenommen			**4 6 53.22**	**+ 20 6 53.8**					+3.22	+ 7.9			
20	W 4^h 160/161.	1825	8.5	4 10 48.75	+ 20 14 15.4	2	1826.1	+20°725	1889.0					
	Rü 1138 . . .	1836	7	4 10 48.66	+ 20 14 15.0	3.2								
	Rob 898. . . .	1840		4 10 48.79	+ 20 14	1	1849.1							
	Par$_2$ 4958. . .	1860	9	4 10 48.84	+ 20 14	1	1858.9							
	Y 1889	1860	8.0	4 10 48.68	+ 20 14 14.3	2.2	1870.0, 1868.1							
	Q 1631	1865		4 10 48.80	+ 20 14 14.5	3.2	1868.4, 1870.5							
	AG Berl A 1122	1875	8.6	4 10 48.77	+ 20 14 14.6	2	1870.6							
	AG Berl B 1378	1875	8.7	4 10 48.79	+ 20 14 14.6	3	1881.2							
	Ott PB	1890		4 10 48.73	+ 20 14 15.8	2	1890.1							
	Angenommen			**4 10 48.78**	**+ 20 14 14.6**									
21	AG Berl B 2553	1875	8.7	6 37 27.56	+ 24 39 24.3	2	1882.6	+24°1375	1891.0					
	Par ph I Nr. 61 S. 72	1900		6 37 27.52	+ 24 39 23.4	1	1892.1							
	Angenommen			**6 37 27.54**	**+ 24 39 23.8**					+0.44	+ 3.1			Februar 9
										+0.43	+ 3.1			Februar 10
22	H 10 y	1890		6 55 46.25	+ 24 22 12.4	10.13	1893.0, 1893.3	+24°1502	1891.0					4200 Geminorum
	Hi 92	1890	4.7	6 55 46.31	+ 24 22	12	1887.6							
	LG 758	1890		6 55 46.40	+ 24 22	5	1886.1							
	Ni H 192 . . .	1893		6 55 46.33	+ 24 22	9	1893.3							
	JTS 84	1892		6 55 46.41	+ 24 22 12.7	12.24	1892.0							
	Di S 259 . . .	1895		6 55 46.31	+ 24 22 12.4	4	1896.6							
	Kü Bonn . . .	1900	7.4	6 55 46.40	+ 24 22 12.6	2	1897.2							
	Par ph I 284 S. 178			6 55 46.30	+ 24 22 12.5	1	1892.1							
	Angenommen			**6 55 46.35**	**+ 24 22 12.6**					+0.47	+ 1.8			

Nr.	Quelle	Katalog-Epoche	Größe	α h m s	δ ° ′ ″	Zahl der Beob.	Jahr der Beobachtungen	Nr. der B.-D.	Epoche des Verzeichnisses	Red. ad l. app. in α s	in δ ″	
23	Straßburg	1891		6 58 1.09	+ 24 15 15.3	1	1891	+ 24° 1518	1891.0			Anschluß an Nr. 24
	Par ph I 397 S. 79	1900	10.8	6 58 1.17	+ 24 15 14.7	1	1892.1					
	Angenommen .			**6 58 1.15**	**+ 24 15 15.0**					+ 0.39	+ 1.6	
24	Hard 12	1800	7	7 0 38.29	+ 24 20 11.6	1	1810	+ 24° 1531	1891.0			
	Bo VI	1855	7.2	7 0 38.95	+ 24 20 11.4	1	1858.2					
	A G Berl B 2774	1875	7.5	7 0 38.86	+ 24 20 11.8	2	1880.1					
	Par ph I 44 S. 82	1900	8.1	7 0 38.94	+ 24 20 11.7	1	1892.3					
	Angenommen .			**7 0 38.89**	**+ 24 20 11.7**							
25	Bo VI	1855	9.4	7 10 34.50	+ 23 52 11.5	1	1858.1	+ 23° 1657	1890.0			
	Wien			7 10 34.53	+ 23 52 12.0	1	1891					Anschluß an Nr. ?
	Par ph I 236 S. 85	1900	9.8	7 10 34.53	+ 23 52 16.2	1	1892.2					
	Angenommen .			**7 10 34.53**	**+ 23 52 16.2**					+ 3.73	— 4.4	
26	Kü Bonn	1900	9.0	7 11 46.96	+ 23 39 52.3	2	1897.1	+ 23° 1667	1890.0			
	Par ph I 258 S. 85	1900	8.2	7 11 46.95	+ 23 39 52.3	1	1892.2					
	Markree Zonen .	1850		7 11 46.63	+ 23 39 59.4	1						
	Angenommen .			**7 11 46.96**	**+ 23 39 52.3**					+ 3.57	— 4.3	Dezbr. 12
										+ 3.60	— 4.3	Dezbr. 13
27	Bo VI	1855	8.0	9 32 5.73	+ 17 50 33.7	2	1860.8	+ 18° 2232	1892.0			
	A G Berl A 3879	1875	7.7	9 32 5.62	+ 17 50 32.6	3	1870.0					
	Par ph II	1900		9 32 5.66	+ 17 50 31.8	1	1892					
	Angenommen .			**9 32 5.64**	**+ 17 50 32.2**					+ 1.11	— 0.5	
28	Sj 4365	1865	9.5	**12 0 29.10**	**+ 2 55 7.3**	1	1862.3	+ 3° 2597	1893.0	+ 1.50	— 9.2	
29	Kli 3083	1860		12 2 13.29	+ 3 5 57.7	1	1858.3	+ 3° 2598	1893.0			
	Kam 3519	1875	9.0	12 2 12.94	+ 3 5 55.0	1	1883.2					
	A G Alb	1875	9.1	12 2 12.99	+ 3 5 56.7	2	1880.3					
	Angenommen .			**12 2 12.97**	**+ 3 5 56.1**					+ 1.50	- 9.3	
30	W 803	1825	7.5	14 45 13.54	— 14 35 22.1	1		— 14° 4045	1894.0			
	G f W 2226 . . .	1850		14 45 12.99	— 14 35 22.0	4.1	1844.5					
	San_4 1338	1860	7.5	14 45 12.75	— 14 35 17.1	2	1857.4					
	a 5943	1865		14 45 12.92	— 14 35 21.0	5	1872.8					
	Wash $\frac{1}{2}$ (Zone 122 + 166)	1900		14 45 12.99	— 14 35 21.3	2	1896					
	Angenommen .			**14 45 12.98**	**— 14 35 21.2**					+ 2.25	— 16.4	
31	W 814	1825	8	14 45 43.09	— 14 38 40.9	1		— 14° 4050	1894.0			
	Gf W 2227 . . .	1850		14 45 43.01	— 14 38 41.8	4.3	1844.5					
	San_4 1340	1860	8.5	14 45 43.13	— 14 38 42.1							
	Wash $\frac{1}{2}$ (Zone 122 + 166)	1900		14 45 43.10	— 14 38 39.5	2	1896					
	a 5948	1865		14 45 43.01	— 14 38 39.8	2.4	1870.9, 1872.4					
	Angenommen .			**14 45 43.06**	**— 14 38 39.8**					+ 2.26	— 16.4	
32	W 470	1825	9	1 29 30.53	+ 6 51 51.1	1		+ 6° 241	1897.0			
	A G Lpz II 584	1875	8.7	1 29 30.23	+ 6 51 47.8	2	1884.9					
	Angenommen .			**1 29 30.23**	**+ 6 51 47.8**					+ 4.63	+ 29.3	
33	Sj 502	1865	9.5	1 35 45.70	+ 7 4 13.1	1	1861.9	+ 6° 259	1897.0			
	A G Lpz II 631	1875	8.6	1 35 45.76	+ 7 4 10.7	2	1884.9					
	Angenommen .			**1 35 45.75**	**+ 7 4 11.3**					+ 4.62	+ 29.1	

Nr.	Quelle	Katalog-Epoche	Größe	α h m s	δ ° ′ ″	Zahl der Beob.	Jahr d. Beobachtungen	Nr. der B.-D.	Epoche des Verzeichnisses	Red. ad l. app. in α s	in δ ″	
34	W 530	1825	9	12 34 23.72	+ 0 14 29.6	1		+ 0° 2966	1902.0			
	Mü$_1$ 8317	1880	9	12 34 23.86	+ 0 14 34.6	5	1845.8					
	Kli 3235	1860		12 34 23.88	+ 0 14 29.8	1	1858.3					
	A G Nic 3440 . .	1875	8.7	12 34 23.66	+ 0 14 31.1	2	1884.3					
	Angenommen .			**12 34 23.66**	**+ 0 14 31.1**							
35	W 540	1825	9	12 34 58.85	+ 0 0 34.8	1		+ 0° 2967	1902.0			
	Mü$_1$	1880	9	12 34 59.07	+ 0 0 30.5	5	1843.9					
	A G Nic 3442 . .	1875	8.7	12 34 58.96	+ 0 0 30.8	3	1884.0					
	Angenommen .			**12 34 58.96**	**+ 0 0 30.8**							
36	Heidelberg Wolf	1902		**12 33 29.30**	**— 0 11 54.1**				1902.0	+2.65	— 15.8	Anschluß an Nr. 34 und 35
37	Mü$_1$ 8257	1880	10	12 31 0.65	— 0 10 10.1	1	1843.3	+ 0° 2956	1902.0			
	Mü$_2$ 4510	1880	10	12 31 0.21	— 0 10 10.9	1	1885.3					
	Heidelbg. Courv.	1902		12 30 59.97	— 0 10 10.4	1	1902					Meridian
	Angenommen .			**12 30 59.97**	**— 0 10 10.6**							
38	Heidelbg. Courv.	1902		**12 30 4.22**	**— 0 15 5.6**	1	1902	—	1902.0	+2.66	— 15.9	Anschluß an Nr. 37
39	A G Nic 3444 . .	1875		**12 36 2.16**	**— 0 4 54.6**	1	1902		1902.0			
40	Heidelberg Wolf	1902		**12 34 48.76**	**— 0 29 55.0**	1	1902		1902.0	+2.65	— 15.8	Anschluß an Nr. 35 und 39
41	Sj 4554/5	1865	8	12 33 55.63	— 0 18 51.9	2	1862 3	— 0° 2595	1902.0			
	Gl 3225	1870		12 33 55.63	— 0 18 53.5	3	1875.0					
	C B 3854/5 . . .	1875		12 33 55.53	— 0 18 51.2	2	1868.3					
	A G Nic 3439 . .	1875	8.0	12 33 55.57	— 0 18 52.5	3	1883.9					
	Arm$_2$ 1461 . . .	1875		12 33 55·74	— 0 18 53.7	4	1872.6					
	Gou 17 218 . . .	1875		12 33 55.63	— 0 18 51.9	4	1877.4					
	Wi B 1305 . . .	1885		12 33 55.48	— 0 18 52.6	4	1887.3					
	Val 1552	1890		12 33 55.63	— 0 18 51.8	6	1887.8					
	R C 90 3285 . .	1890		12 33 55.65	— 0 18 51.5	3	1885.3					
	Ci$_2$ 1047	1895		12 33 55.62	— 0 18 52.3	2	1895.8					
	Angenommen .			**12 33 55.62**	**— 0 18 52.3**							
42	Heidelbg. Courv.	1902		**12 30 39.09**	**— 0 27 21.1**	1	1902		1902.0	+2.65	— 15.8	Anschluß an Nr. 41
43	W 23^h 36	1825	9	23 5 57.19	— 9 8 12.4	1		— 9° 6138	1905.0			
	Sj 9527	1865	9	23 5 56.57	— 9 8 15.3	1	1862.8					
	Tal 3247	1875		23 5 56.83	— 9 8 18.6	2	1875.8					
	Ott P B 1203 . .	1890		23 5 56.70	— 9 8 20.4	1	1887.9					
	Hz 3037	1890	9.2	23 5 56.69	— 9 8 16.9	2	1889.4					
	A G Ott 8234 . .	1900	8.9	23 5 56.70	— 9 8 19.2	2	1893.8					
	S F 923	1892		23 5 56.82	— 9 8 19.2	2.6	1892.8					
	Angenommen .			**23 5 56.76**	**— 9 8 19.2**					+2.79	+ 19.7	
44	W 2^h 170	1825	9	2 12 16.83	+ 11 32 24.1	1		+ 11° 318	1906.0			
	Mü$_1$ 905	1880	10	2 12 16.61	+ 11 32 25.9	2	1842.9					
	A G Lpz I 679 .	1875	9.0	2 12 16.64	+ 11 32 27.0							
	Toul Phot A 14 Nr. 54	1900	9.5									
	Angenommen .			**2 12 16.64**	**+ 11 32 27.0**					+3.01	+ 12.4	
	Sterne,	1907.0	9.7	0 46 48.64	+ 2 42 46.4	2	1907.77	+ 2° 120				
	beobachtet von	1907.0	10	0 48 12.22	+ 2 35 32.3	2	1907.77	+ 2° 124				
	Dr. Courvoisier	1907.0	10	0 50 41.27	+ 3 20 47.3	2	1907.77	+ 3° 126				
	am großen Ber-	1907.0	9.5	0 52 33.20	+ 2 48 40.9	1.2	1907.77	+ 2° 135				
	liner Meridian-	1907.0	9.5	0 53 24.00	+ 2 55 5.3	1	1907.77	+ 2° 137				
	kreise	1907.0	9.7	0 53 36.20	+ 3 0 43.3	1.2	1907.77	+ 2° 138				

Bemerkung: Abgekürzte Bezeichnungen für Sternkataloge siehe A. N. Nr. 4176.

Beobachtungen des Planeten (279) Thule.

Beobachtungszeit minus Lichtzeit M. Z. Berlin	Ort	(279)—*	Parallaxe in α	α geozentrisch	(279)—*	Parallaxe in δ	δ geozentrisch	Anzahl d. Vergl.	Beobachter	*	$B-R$ in α	$B-R$ in δ
1888 Okt. 25.2674	Wien	+ 0m 56s37	— 0s10	0h 53m 36s48	+ 0′ 10″7	+ 2″0	+ 2° 55′ 1″0	3	P	9	— 6s73	—47″1
Okt. 25.3167	Wien	+ 0 54.43	— 0.07	0 53 34.60	+ 0 3.8	+ 2.0	+ 2 54 54.1	4	P	9	— 7.09	—45.9
Okt. 26.3103	Wien	+ 0 23.38	— 0.07	0 53 3.55	— 2 41.7	+ 2.0	+ 2 52 8.6	2	P	9	— 7.28	—48.1
Okt. 27.2781	Wien	— 0 6.56	— 0.09	0 52 33.59	— 5 16.5	+ 2.0	+ 2 49 33.8	4	P	9	— 7.55	—47.6
Okt. 27.3098	Wien	+ 0 4.93	— 0.07	0 52 32.89	+ 0 19.5	+ 2.0	+ 2 49 32.0	4	P	8	— 7.34	—44.3
Okt. 29.2650	Wien	— 0 2.46	— 0.09	0 51 34.67	+ 1 43.3	+ 2.0	+ 2 44 30.6	4	P	7	— 7.34	—43.8
Okt. 30.3059	Wien	— 0 32.41	— 0.07	0 51 4.68	— 0 52.1	+ 2.0	+ 2 41 56.9	4	P	4	— 7.23	—43.6
Nov. 1.3375	Wien	+ 4 14.54	— 0.04	0 50 7.17	+ 0 12.8	+ 2.0	+ 2 37 4.0	4	P	4	— 7.88	—49.7
Nov. 5.3468	Wien	+ 1 7.06	— 0.03	0 48 23.29	— 0 56.9	+ 1.9	+ 2 28 40.1	4	P	5	— 7.63	—45.9
Nov. 9.3870	Wien	+ 4 54.87	+ 0.01	0 46 50.93	— 1 39.0	+ 1.9	+ 2 21 33.4	4	P	1	— 6.99	—44.0
Nov. 27.2180	Wien	+ 0 14.81	— 0.07	0 42 45.20	+ 1 18.4	+ 1.8	+ 2 8 39.3	4	P	3	— 6.44	—40.4
Nov. 30.3207	Wien	+ 0 1.20	+ 0.01	0 42 31.64	+ 2 16.1	+ 1.8	+ 2 9 36.9	5	P	3	— 6.43	—39.5
Dez. 3.3280	Wien	— 0 3.28	+ 0.02	0 42 27.13	+ 4 8.4	+ 1.8	+ 2 11 29.0	4	P	3	— 6.38	—37.3
Dez. 5.2206	Wien	+ 0 25.56	— 0.05	0 42 28.79	— 4 44.9	+ 1.8	+ 2 13 0.1	4	P	2	— 6.14	—42.8
1889 Jan. 2.2929	Wien	— 0 40.89	+ 0.04	0 49 3.90	+ 0 29.5	+ 1.6	+ 2 15 18.8	4	P	6	— 4.15	—31.9
Jan. 5.3353	Wien	— 3 26.60	+ 0.07	0 50 27.64	+ 3 13.5	+ 1.6	+ 2 25 50.3	2	P	10	— 1.44	—34.2
Nov. 17.5126	Wien	— 0 23.86	+ 0.02	4 6 32.60	+ 2 27.4	+ 1.2	+ 20 9 30.3	6	P	19	— 2.58	— 8.5
Nov. 21.4859	Wien	+ 1 25 69	+ 0.01	4 3 54.93	— 2 6.8	+ 1.2	+ 20 3 35.0	4	P	18	— 2.77	— 9.0
Nov. 26.4482	Nizza	+ 0 23.98	— 0.03	4 0 37.40	— 4 20.2	+ 1.0	+ 19 55 58.7	7	C	17	— 2.54	—11.3
Nov. 27.4360	Nizza	+ 1 8.61	— 0.03	3 59 58.17	+ 4 10.9	+ 1.1	+ 19 54 27.8	6	C	16	— 2.61	—10.7
Nov. 28.3999	Nizza	+ 0 30.42	— 0.06	3 59 19.96	+ 2 41.4	+ 1.1	+ 19 52 58.4	6	C	16	— 2.76	—11.4
Dez. 23.4197	Algier	— 1 8.78	+ 0.01	3 45 6.00	+ 2 39.6	+ 0.7	+ 19 19 22.0	28.14	R	15	— 2.28	—10.5
Dez. 24.4253	Algier	+ 1 6.35	+ 0.02	3 44 39.95	+ 4 33.6	+ 0.8	+ 19 18 23.0	16.8	R	14	— 2.54	—11.1
Dez. 27.4486	Algier	— 0 6.39	+ 0.05	3 43 27.23	+ 1 50.9	+ 0.8	+ 19 15 40.3	20.10	R	14	— 2.69	—12.6
1890 Jan. 14.3850	Algier	— 1 56.35	+ 0.04	3 39 10.28	+ 0 50.8	+ 0.7	+ 19 8 36.7	12.10	R	13	— 2.36	—17.0
Jan. 16.3769	Algier	— 2 5.38	+ 0.03	3 39 1.22	+ 1 17.1	+ 0.7	+ 19 9 2.9	18.18	R	13	— 2.12	— 5.4
Jan. 17.4267	Algier	— 2 8.93	+ 0.07	3 38 57.70	+ 1 28.3	+ 0.8	+ 19 9 14.2	10.10	R	13	— 2.33	— 7.0
Jan. 24.4352	Algier	— 2 2.38	+ 0.09	3 39 4.19	+ 4 26.9	+ 0.8	+ 19 12 12.7	8.12	R	13	— 1.68	— 3.9
Jan. 25.5835	Algier	— 1 57.40	+ 0.06	3 39 9.12	+ 5 3.3	+ 0.7	+ 19 12 49.0	14.6	R	13	— 1.23	— 3.3
Dez. 12.4975	Wien	+ 0 29.96	— 0.03	7 12 20.46	+ 2 46.3	+ 1.0	+ 23 42 35.3	5	P	26	+ 0.06	— 3.1
Dez. 13.4159	Wien	— 0 0.69	— 0.08	7 11 49.87				4	P	26	— 0.06	
Dez. 13.4339	Wien				+ 4 3.6	+ 1.1	+ 23 43 52.7	5	P	26		— 2.8
Dez. 18.6876	Nizza	— 1 53.16	+ 0.10	7 7 45.20	— 1 7.0	+ 1.1	+ 23 51 55.9	6	C	25	— 0.01	+ 0.2
1891 Jan. 3.4340	Straßburg	+ 0 26.60	— 0.05	6 58 28.09	— 3 33.4	+ 1.1	+ 24 11 44.3	18.6	K	23	— 0 05	— 0.9
Jan. 10.4341	Nizza	— 2 1.41	— 0.04	6 53 45.41	— 2 36.9	+ 0.8	+ 24 19 38.3	3.2	C	22	+ 0.22	— 4.8[1]
Febr. 9.3783	Straßburg	+ 0 9.94	+ 0.00	6 37 37.92	+ 0 39.6	+ 0.9	+ 24 40 7.4	12.12	K	21	— 0 02	— 0.1
Febr. 10.3403	Straßburg	— 0 9.93	— 0.03	6 37 18.01	+ 1 2.9	+ 0.9	+ 24 40 30.8	20.20	K	21	+ 0.06	+ 5.9
1892 März 4.5054	Nizza	— 4 17.82	+ 0.10	9 27 49.03	+ 1 57.1	+ 1.1	+ 17 52 29.9	5	C	27	— 1.29	+ 0.6
1893 April 6.4455	Wien	+ 1 54 79	+ 0.01	12 2 25.40	— 2 3.8	+ 1.8	+ 2 52 56.1	4	P	28	— 6.14	+ 37.1
April 9.5007	Wien	— 1 23.09	+ 0.05	12 0 51.43	— 3 50.1	+ 1.8	+ 3 1 58.2	5	P	29	— 6.07	+ 37.4
1894 Mai 24.4501	Algier	+ 0 46.09	0.00	14 46 1.32	+ 1 43.8	+ 2.1	— 14 33 51.7	18.14	R	30	— 15.03	+ 77.4
Mai 24.4712	Algier	+ 0 45.24	+ 0.02	14 46 0.49	+ 1 47.5	+ 2.1	— 14 33 48.0	18.12	S	30	— 15 17	+ 78.5
Mai 26.4415	Algier	— 0 47.92	0.00	14 44 57.40	+ 8 56.1	+ 2.1	— 14 29 58.0	18.12	R	31	— 14.86	+ 78.2
Mai 26.4620	Algier	— 0 48.87	+ 0.02	14 44 56.47	+ 8 58.7	+ 2.1	— 14 29 55.4	18.12	S	31	— 15.14	+ 78.4
1897 Okt. 24.3752	Wien	— 4 18.80	— 0.05	1 31 31.52	— 3 33.5	+ 1.8	+ 7 1 8.7	4	P	33	— 2.59	— 16.6
Okt. 18.4524	Wien	— 4 25.17	+ 0.02	1 29 9.71	— 3 24.1	+ 1.8	+ 6 48 54.8	4	P	32	— 2.46	— 16.0
1902 April 7.4118	Heidelberg	— 0 55.65	— 0.04	12 33 55.72	— 7 30.3	+ 2.0	— 0 37 39.0		Ca	40	— 0.57	+ 4.3
April 7.4118	Heidelberg	+ 0 23.75	— 0.04	12 33 55.66	—25 30.3	+ 2.0	— 0 37 38.2		Ca	36	— 0.63	+ 5.1
April 12.4570	Heidelberg	+ 0 26.83	0.00	12 31 8.57	+ 6 16.7	+ 1.9	— 0 21 18.3	22.9	Co	41	— 0.42	+ 0.6
April 14.5397	Heidelberg	- 0 5 59	+ 0.06	12 30 1.35	+ 0 27.1	+ 1 9	0 14 52.5	76.14	Co	38	0.73	0.6
1905 Sept. 5.5101	Wien	+ 0 40.85	+ 0.03	23 6 40.43	2 4.2	+ 2.5	9 10 1.2	4	P	43	0.40	3.9
1906 Okt. 17.4922	Heidelberg		— 0.02	2 21 14.08		+ 1.7	+ 11 53 38.5		W	?	— 0.06	— 1.1
Okt. 23.6256	Wien	+ 3 12.53	+ 0.10	2 17 32.28	+ 3 28.9	+ 1 8	+ 11 36 10.2	4	P	44	— 0 08	— 1.2

P = Palisa; C = Charlois; R = Rambaud; K = Kobold; S = Sy; Ca = Carnera; Co = Courvoisier; W = Wolf.

[1]) Durch Nebel gestört.

Anhang.

Hilfstafel zur Auflösung der Keplerschen Gleichung.

E	$\varphi = 4^0\,30'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 4^0\,40'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 4^0\,50'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 5^0\,0'$ $e \sin E$	Erste Diff.	E
1°	0° 4′ 42″.44	+ 4′ 42″.35	0° 4′ 52″.88	+ 4′ 52″.78	0° 5′ 3″.31	+ 5′ 3″.22	0° 5′ 13″.74	+ 5′ 13″.65	179°
2°	0 9 24.79	+ 4 42.18	0 9 45.66	+ 4 52.61	0 10 6.53	+ 5 3.04	0 10 27.39	+ 5 13.46	178°
3°	0 14 6.97	+ 4 41.92	0 14 38.27	+ 4 52.34	0 15 9.57	+ 5 2.75	0 15 40.85	+ 5 13.17	177°
4°	0 18 48.89	+ 4 41.58	0 19 30.61	+ 4 51.99	0 20 12.32	+ 5 2.39	0 20 54.02	+ 5 12.79	176°
5°	0 23 30.47	+ 4 41.14	0 24 22.60	+ 4 51.54	0 25 14.71	+ 5 1.93	0 26 6.81	+ 5 12.32	175°
6°	0 28 11.61	+ 4 40.64	0 29 14.14	+ 4 51.00	0 30 16.64	+ 5 1.37	0 31 19.13	+ 5 11.73	174°
7°	0 32 52 25	+ 4 40.04	9 34 5.14	+ 4 50.38	0 35 18.01	+ 5 0.73	0 36 30.86	+ 5 11.08	173°
8°	0 37 32.29	+ 4 39.34	0 38 55.52	+ 4 49.67	0 40 18.74	+ 4 59.99	0 41 41.94	+ 5 10.31	172°
9°	0 42 11.63	+ 4 38.58	0 43 45.19	+ 4 48.88	0 45 18.73	+ 4 59.17	0 46 52.25	+ 5 9.45	171°
10°	0 46 50.21	+ 4 37.72	0 48 34.07	+ 4 47.98	0 50 17.90	+ 4 58.24	0 52 1.70	+ 5 8.50	170°
11°	0 51 27.93	+ 4 36 78	0 53 22.05	+ 4 47.01	0 55 16.14	+ 4 57.23	0 57 10.20	+ 5 7.46	169°
12°	0 56 4.71	+ 4 35.75	0 58 9.06	+ 4 45 94	1 0 13.37	+ 4 56.14	1 2 17.66	+ 5 6.32	168°
13°	1 0 40.46	+ 4 34.65	1 2 55.00	+ 4 44.80	1 5 9.51	+ 4 54.94	1 7 23.98	+ 5 5.09	167°
14°	1 5 15.11	+ 4 33.45	1 7 39.80	+ 4 43.55	1 10 4.45	+ 4 53.66	1 12 29.07	+ 5 3.76	166°
15°	1 9 48.56	+ 4 32.18	1 12 23.35	+ 4 42.24	1 14 58.11	+ 4 52.29	1 17 32.83	+ 5 2.35	165°
16°	1 14 20.74	+ 4 30.81	1 17 5.59	+ 4 40.83	1 19 50.40	+ 4 50.84	1 22 35.18	+ 5 0.83	164°
17°	1 18 51.55	+ 4 29.38	1 21 46.42	+ 4 39.33	1 24 41.24	+ 4 49.28	1 27 36.01	+ 4 59.24	163°
18°	1 22 20.93	+ 4 27.85	1 26 25.75	+ 4 37.75	1 29 30.52	+ 4 47.65	1 32 35.25	+ 4 57.54	162°
19°	1 26 48.78	+ 4 26.25	1 31 3.50	+ 4 36.09	1 34 18.17	+ 4 45.92	1 37 32.79	+ 4 55.76	161°
20°	1 32 15.03	+ 4 24.56	1 35 39.59	+ 4 34.34	1 39 4.09	+ 4 44.12	1 42 28.55	+ 4 53 89	160°
21°	1 36 39.59	+ 4 22.80	1 40 13.93	+ 4 32.51	1 43 48.21	+ 4 42.22	1 47 22.44	+ 4 51.92	159°
22°	1 41 2.39	+ 4 20.95	1 44 46.44	+ 4 30.59	1 48 30.43	+ 4 40.23	1 52 14.36	+ 4 49.88	158°
23°	1 45 23.34	+ 4 19.02	1 49 17.03	+ 4 28.59	1 53 10.66	+ 4 38.17	1. 57 4.24	+ 4 47.73	157°
24°	1 49 42.36	+ 4 17.02	1 53 45.62	+ 4 26.52	1 57 48.83	+ 4 36.01	2 1 51.97	+ 4 45.51	156°
25°	1 53 59.38	+ 4 13.93	1 58 12.14	+ 4 24.36	2 2 24.84	+ 4 33.77	2 6 37.48	+ 4 43.19	155°
26°	1 58 13.31	+ 4 12.78	2 2 36.50	+ 4 22.11	2 6 58.61	+ 4 31.46	2 11 20.67	+ 4 40.79	154°
27°	2 2 26.09	+ 4 10.53	2 6 58.61	+ 4 19.80	2 11 30.07	+ 4 29.05	2 16 1.46	+ 4 38.31	153°
28°	2 6 36.62	+ 4 8.22	2 11 18.41	+ 4 17.39	2 15 59.12	+ 4 26.57	2 20 39.77	+ 4 35.73	152°
29°	2 10 44.84	+ 4 6.84	2 15 38.80	+ 4 14.92	2 20 25.69	+ 4 24.00	2 25 15.50	+ 4 33.08	151°
30°	2 14 51.68	+ 4 3.36	2 19 50.72	+ 4 12.36	2 24 49.69	+ 4 21.35	2 29 48.58	+ 4 30.34	150°
31°	2 18 55.04	+ 4 0.83	2 24 3.08	+ 4 9.72	2 29 11.04	+ 4 18.62	2 34 18.92	+ 4 27.52	149°
32°	2 22 55.87	+ 3 58.21	2 28 12.80	+ 4 7.02	2 33 29.66	+ 4 15.82	2 38 46.44	+ 4 24.62	148°
33°	2 26 54.08	+ 3 55.53	2 32 19.82	+ 4 4.24	2 37 45.48	+ 4 12.94	2 43 11.06	+ 4 21.64	147°

E	$\varphi = 4^0\,30'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 4^0\,40'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 4^0\,50'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 5^0\,0'$ $e \sin E$	Erste Diff.	E
34°	2° 30′ 49″.61		2° 36′ 24″.06		2° 41′ 58″.42		2° 47′ 32″.70		146°
		+ 3′ 52″.78		+ 4′ 1″.37		+ 4′ 9″.98		+ 4′ 18″.58	
35°	2 34 42.39		2 40 25.43		2 46 8.40		2 51 51.28		145°
		+ 3 49.94		+ 3 58.45		+ 4 6.94		+ 4 15.43	
36°	2 38 32.33		2 44 23.88		2 50 15.34		2 56 6.71		144°
		+ 3 47.05		+ 3 55.44		+ 4 3.83		+ 4 12.22	
37°	2 42 19.38		2 48 19.32		2 54 19.17		3 0 18.93		143°
		+ 3 44.09		+ 3 52.36		+ 4 0.64		+ 4 8.92	
38°	2 46 3.47		2 52 11.68		2 58 19.81		3 4 27.85		142°
		+ 3 41.04		+ 3 49.22		+ 3 57.38		+ 4 5.54	
39°	2 49 44.51		2 56 0.90		3 2 17.19		3 8 33.39		141°
		+ 3 37.95		+ 3 46.00		+ 3 54.05		+ 4 2.11	
40°	2 53 22.46		2 59 46.90		3 6 11.24		3 12 35.50		140°
		+ 3 34.77		+ 3 42.71		+ 3 50.65		+ 3 58.58	
41°	2 56 57.23		3 3 29.61		3 10 1.89		3 16 34.08		139°
		+ 3 31.55		+ 3 39.36		+ 3 47.18		+ 3 54.99	
42°	3 0 28.78		3 7 8.97		3 13 49.07		3 20 29.07		138°
		+ 3 28.24		+ 3 35.94		+ 3 43.63		+ 3 51.33	
43°	3 3 57.02		3 10 44.91		3 17 32.70		3 24 20.40		137°
		+ 3 24.88		+ 3 32.45		+ 3 40.03		+ 3 47.59	
44°	3 7 21.90		3 14 17.36		3 21 12.73		3 28 7.99		136°
		+ 3 21.46		+ 3 28.90		+ 3 36.34		+ 3 43.78	
45°	3 10 43.36		3 17 46.26		3 24 49.07		3 31 51.77		135°
		+ 3 17.97		+ 3 25.29		+ 3 32.60		+ 3 39.92	
46°	3 14 1.33		3 21 11.55		3 28 21.67		3 35 31.69		134°
		+ 3 14.42		+ 3 21.61		+ 3 28.80		+ 3 35.97	
47°	3 17 15.75		3 24 33.16		3 31 50.47		3 39 7.66		133°
		+ 3 10.82		+ 3 17.87		+ 3 24.92		+ 3 31.98	
48°	3 20 26.57		3 27 51.03		3 35 15.39		3 42 39.64		132°
		+ 3 7.16		+ 3 14.08		+ 3 20.99		+ 3 27.90	
49°	3 23 33.73		3 31 5.11		3 38 36.38		3 46 7.54		131°
		+ 3 3.44		+ 3 10.21		+ 3 16.99		+ 3 23.77	
50°	3 26 37.17		3 34 15.32		3 41 53.37		3 49 31.31		130°
		+ 2 59.66		+ 3 6.30		+ 3 12.94		+ 3 19.57	
51°	3 29 36.83		3 37 21.62		3 45 6.31		3 52 50.88		129°
		+ 2 55.82		+ 3 2.33		+ 3 8.82		+ 3 15.32	
52°	3 32 32.65		3 40 23.95		3 48 15.13		3 56 6.20		128°
		+ 2 51.95		+ 2 58.30		+ 3 4.65		+ 3 11.00	
53°	3 35 24.60		3 43 22.25		3 51 19.78		3 59 17.20		127°
		+ 2 48.01		+ 2 54.21		+ 3 0.43		+ 3 6.63	
54°	3 38 12.61		3 46 16.46		3 54 20.21		4 2 23.83		126°
		+ 2 44.01		+ 2 50.08		+ 2 56.14		+ 3 2.20	
55°	3 40 56.62		3 49 6.54		3 57 16.35		4 5 26.03		125°
		+ 2 39.99		+ 2 45.90		+ 2 51.80		+ 2 57.71	
56°	3 43 36.61		3 51 52.44		4 0 8.15		4 8 23.74		124°
		+ 2 35.89		+ 2 41.65		+ 2 47.42		+ 2 53.18	
57°	3 46 12.50		3 54 34.09		4 2 55.57		4 11 16.92		123°
		+ 2 31.76		+ 2 37.37		+ 2 42.97		+ 2 48.58	
58°	3 48 44.26		3 57 11.46		4 5 38.54		4 14 5.50		122°
		+ 2 27.58		+ 2 33.03		+ 2 38.49		+ 2 43.94	
59°	3 51 11.84		3 59 44.49		4 8 17.03		4 16 49.44		121°
		+ 2 23.35		+ 2 28.66		+ 2 33.95		+ 2 39.24	
60°	3 53 35.19		4 2 13.15		4 10 50.98		4 19 28.68		120°
		+ 2 19.09		+ 2 24.22		+ 2 29.36		+ 2 34.50	
61°	3 55 54.28		4 4 37.37		4 13 20.34		4 22 3.18		119°
		+ 2 14.77		+ 2 19.75		+ 2 24.74		+ 2 30.71	
62°	3 58 9.05		4 6 57.12		4 15 45.08		4 24 32.89		118°
		+ 2 10.42		+ 2 15.24		+ 2 20.05		+ 2 24.88	
63°	4 0 19.47		4 9 12.36		4 18 5.13		4 26 57.77		117°
		+ 2 6.03		+ 2 10.69		+ 2 15.34		+ 2 20.00	
64°	4 2 25.50		4 11 23.05		4 20 20.47		4 29 17.77		116°
		+ 2 1.60		+ 2 6.09		+ 2 10.59		+ 2 15.07	
65°	4 4 27.10		4 13 29.14		4 22 31.06		4 31 32.84		115°
		+ 1 57.13		+ 2 1.46		+ 2 5.78		+ 2 10 11	
66°	4 6 24.23		4 15 30.60		4 24 36.84		4 33 42.95		114°
		+ 1 52.62		+ 1 56.79		+ 2 0.95		+ 2 5.11	
67°	4 8 16.85		4 17 27.39		4 26 37.79		4 35 48.06		113°
		+ 1 48.09		+ 1 52.08		+ 1 56.08		+ 2 0.07	
68°	4 10 4.94		4 19 19.47		4 28 33.87		4 37 48.13		112°
		+ 1 43.52		+ 1 47.35		+ 1 51.17		+ 1 55.00	

E	$\varphi = 4^0\,30'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 4^0\,40'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 4^0\,50'$ $e \sin E$	Erste Diff.	$\varphi = 5^0\,0'$ $e \sin E$	Erste Diff.	E
69°	4° 11′ 48″.46		4° 21′ 6″.82		4° 30′ 25″.04		4° 39′ 43″.13		111°
		+ 1′ 38″.92		+ 1′ 42″.57		+ 1′ 46″.23		+ 1′ 49″.88	
70°	4 13 27.38		4 22 49.39		4 32 11.27		4 41 33.01		110°
		+ 1 34.28		+ 1 37.77		+ 1 41.25		+ 1 44.73	
71°	4 15 1.66		4 24 27.16		4 33 52.52		4 43 17.74		109°
		+ 1 29.62		+ 1 32.93		+ 1 36.24		+ 1 39.56	
72°	4 16 31.28		4 26 0.09		4 35 28.76		4 44 57.30		108°
		+ 1 24.94		+ 1 28.07		+ 1 31.21		+ 1 34.35	
73°	4 17 56.22		4 27 28.16		4 36 59.97		4 46 31.65		107°
		+ 1 20.22		+ 1 23.19		+ 1 26.15		+ 1 29.11	
74°	4 19 16.44		4 28 51.35		4 38 26 12		4 48 0.76		106°
		+ 1 15.48		+ 1 18.27		+ 1 21.06		+ 1 23.85	
75°	4 20 31.92		4 30 9.62		4 39 47.18		4 49 24.61		105°
		+ 1 10.72		+ 1 13.33		+ 1 15.95		+ 1 18.55	
76°	4 21 42.64		4 31 22.95		4 41 3.13		4 50 43.16		104°
		+ 1 5.93		+ 1 8.37		+ 1 10.81		+ 1 13.25	
77°	4 22 48.57		4 32 31.32		4 42 13.94		4 51 56.41		103°
		+ 1 1.14		+ 1 3.40		+ 1 5.65		+ 1 7.91	
78°	4 23 49.71		4 33 34.72		4 43 19.59		4 53 4.32		102°
		+ 0 56.31		+ 0 58.39		+ 1 0.47		+ 1 2.55	
79°	4 24 46.02		4 34 33.11		4 44 20.06		4 54 6.87		101°
		+ 0 51.47		+ 0 53.37		+ 0 55.28		+ 0 57.18	
80°	4 25 37.49		4 35 26.48		4 45 15.34		4 55 4.05		100°
		+ 0 46 62		+ 0 48.34		+ 0 50.06		+ 0 51.78	
81°	4 26 24.11		4 36 14.82		4 46 5.40		4 55 55.83		99°
		+ 0 41.75		+ 0 43.30		+ 0 44.84		+ 0 46.38	
82°	4 27 5.86		4 36 58.12		4 46 50.24		4 56 42.21		98°
		+ 0 36.86		+ 0 38.22		+ 0 39.59		+ 0 40.95	
83°	4 27 42.72		4 37 36.34		4 47 29.83		4 57 23.16		97°
		+ 0 31.98		+ 0 33.16		+ 0 34.33		+ 0 35.52	
84°	4 28 14.70		4 38 9.50		4 48 4.16		4 57 58.68		96°
		+ 0 27.07		+ 0 28.07		+ 0 29.08		+ 0 30 07	
85°	4 28 41.77		4 38 37.57		4 48 33.24		4 58 28.75		95°
		+ 0 22.16		+ 0 22.98		+ 0 23.80		+ 0 24 62	
86°	4 29 3.93		4 39 0.55		4 48 57.04		4 58 53.37		94°
		+ 0 17.24		+ 0 17.88		+ 0 18.51		+ 0 19.16	
87°	4 29 21.17		4 39 18.43		4 49 15.55		4 59 12.53		93°
		+ 0 12.32		+ 0 12.78		+ 0 13.23		+ 0 13.68	
88°	4 29 33.49		4 39 31.21		4 49 28.78		4 59 26.21		92°
		+ 0 7.40		+ 0 7.67		+ 0 7.94		+ 0 8.21	
89°	4 29 40.89		4 39 38.88		4 49 36.72		4 59 34.42		91°
		+ 0 2.46		+ 0 2.55		+ 0 2.65		+ 0 2.74	
90°	4 29 43.35		4 39 41.43		4 49 39.37		4 59 37.16		90°

DieFunktionswerte sind durch Summierung der zweiten Differenzen auf 0″,00001 gerechnet und dann auf 2 Dezimalen abgerundet worden. Die Werte für $E = 30^0$, 60^0 und 90, von denen aus vorwärts und rückwärts summiert wurde, wurden mit der 10stelligen Antilogarithmentafel von H. Prytz direkt gerechnet.

Formel zur Auflösung der Keplerschen Gleichung.

Setzt man in der Gleichung

$$M = E - e \sin E$$
$$E - M = x_0 + \Delta x = x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1),$$

wo über den Wert von x_0 vorläufig keine Festsetzung getroffen werden soll, so geht sie über in

$$x_0 + \Delta x = e \sin (M + x_0 + \Delta x)$$
$$= e \sin (M + x_0) \cos \Delta x + e \cos (M + x_0) \sin \Delta x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Bestimmt man nun x_0 aus der Gleichung

$$\sin x_0 = e \sin (M + x_0)$$

oder $$\text{tang } x_o = e \sin M : (1 - e \cos M)$$

oder $$\text{tang}\left(\frac{M}{2} + x_o\right) = \frac{1+e}{1-e} \text{tang } \frac{M}{2},$$

so läßt sich (2) schreiben:

$$\Delta x = - x_o + \sin x_o - 2 \sin x_o \sin^2 \frac{\Delta x}{2} + e \cos (M + x_o) \sin \Delta x$$

und $$\Delta x \left(1 - e \cos (M + x_o)\right) = - (x_o - \sin x_o) - 2 \sin x_o \sin^2 \frac{\Delta x}{2} - (\Delta x - \sin \Delta x)\, e \cos (M + x_o) \quad (3).$$

Setzt man noch $$1 : \left(1 - e \cos (M + x_o)\right) = A,$$

so wird $$- \Delta x = (x_o - \sin x_o)\, A + 2 \sin x_o \sin^2 \frac{\Delta x}{2} A + (\Delta x - \sin \Delta x)\, e \cos (M + x_o)\, A \quad . \quad (4).$$

Der Wert des gesuchten Δx tritt noch auf der rechten Seite der Gleichung auf. Man muß daher die Gleichung durch Näherungen auflösen, was wegen des kleinen Wertes von Δx sehr leicht geschehen kann. Man setzt in erster Näherung:

$$\Delta x_1 = - (x_o - \sin x_o)\, A.$$

Diesen Wert, der für die ganze weitere Rechnung konstant bleibt, führt man in das zweite Glied ein und erhält dann einen besseren Näherungswert Δx_2 usw. Das dritte Glied, das mit dem Faktor $\Delta x - \sin \Delta x$ multipliziert ist, wird für kleine Planeten nur wenig von Null verschieden und kann daher vernachlässigt werden. Das zweite Glied erreicht im Maximum für $\varphi = 10^0$ den Wert $0'',014$, für $\varphi = 15^0$ $0'',237$ und für $\varphi = 20^0$ $1'',75$. Es läßt sich daher bequem in einer kleinen Tabelle zusammenstellen. Den Wert für $x_o - \sin x_o$ in Bogenmaß entnimmt man aus Tafel XL der Tafeln zur Theoretischen Astronomie von J. Bauschinger, die bis $x = 40^0$ reicht. Hilfstafel 6 der Sammlung astronomischer Tafeln, herausgegeben von der Königl. Preußischen Akademie der Wissenschaften, Vol. III, Berlin 1776, gibt diese Werte für den ganzen Quadranten auf $0''.1$.

Eine sehr praktische Hilfstafel (y-Tafel) zur genäherten Auflösung der Keplerschen Gleichung gibt Herr Stechert im „Archiv der Seewarte", XIX. Jahrgang, 1896. Die Tafel stellt eine Erweiterung der bekannten Doberckschen Tafel dar. Da sie zur Vorausberechnung von Sternbedeckungen dienen soll, sind die Argumente und die Funktionswerte diesem Zwecke angepaßt. Als Horizontalargument dient $\log \frac{p'}{r \cos \varphi'} = 9{,}4179 - \log \sin \varphi$. Die Funktionswerte [$x$ aus der Gleichung (1)] sind in Zeitmaß gegeben. Z. B.: Für $M = 53^0$, $\log \sin \varphi = 9{,}7779$ hat man $\log \frac{p'}{r \cos \varphi'} = 9{,}6400$ und damit $x = 2^h.288 = 34^0\, 19',2$, mithin $E = 87^0\, 19'\, 12''$.

Lebenslauf.

August Wedemeyer, luth. Konfession, Sohn des verstorbenen Lehrers August Wedemeyer, wurde geboren am 5. November 1867 zu Pöhlde.

Michaelis 1904 bestand ich die Reifeprüfung an der Luisenstädtischen Oberrealschule in Berlin. Von Michaelis 1902 bis Michaelis 1903 studierte ich in Kiel Mathematik, Physik und Geographie, von Michaelis 1903 bis Ostern 1907 in Berlin Astronomie, Neue Sprachen, Physik und Philosophie. Die Promotionsprüfung bestand ich am 30. Januar 1908.

Meine akademischen Lehrer waren folgende Herren:

in Kiel: Krümmel, Lenard, Pochhammer;

in Berlin: Bauschinger, Delmer, Dilthey, Drude, Förster, Marcuse, Neesen, Pariselle, Ristenpart, Schwarz, Simmel, Struve, Stumpf.

Allen meinen Lehrern, vor allem Herrn Prof. Bauschinger, fühle ich mich zu Dank verpflichtet.